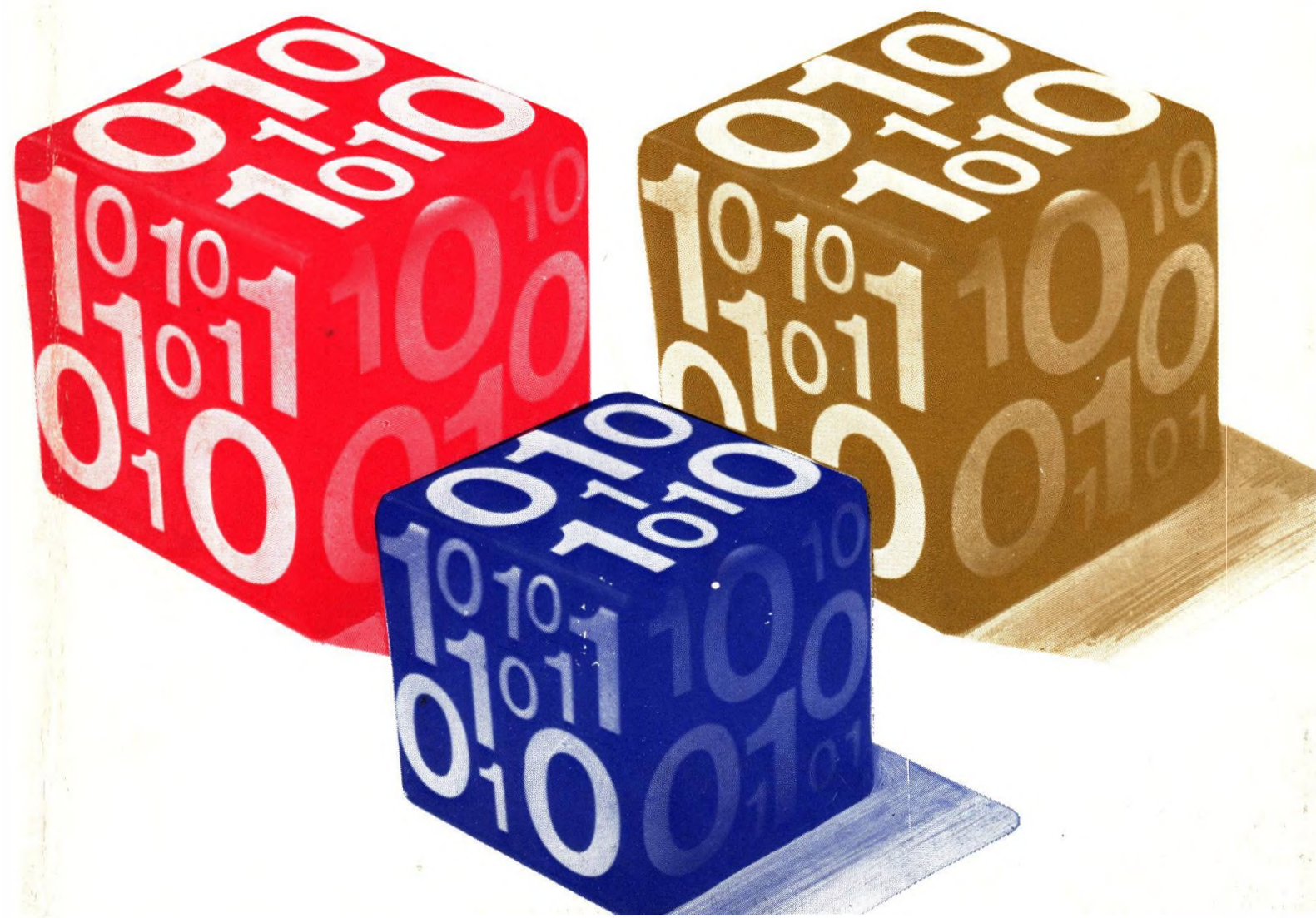


J. LAMBERT- M. SIMON-VERREPT

ÉPÍTÜNK LOGIKAI GÉPEKET



J. Lambert—M. Simon-Verrept

**Építsünk
logikai
gépeket**

J. Lambert — M. Simon-Verrept

Építsünk logikai gépeket

Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1978

**Az eredeti mű címe: Circuits—Logiques—Electriques,
Copyright © by Maison d'Editions A. de Boeck, Bruxelles**

Fordította és a feladatokat kidolgozta:

Dr. Varga András
okl. villamosmérnök

Lektorálta:

Dr. Szittyá Ottó
okl. villamosmérnök

**© Hungarian Translation
Műszaki Könyvkiadó, 1978**

**ETO 681 325 6
689**

ISBN: 963 10 2092 4

Felelős kiadó: Solt Sándor igazgató

Felelős szerkesztő: Kemény Tamásné okl. villamosmérnök

Tartalomjegyzék

Előszó 9

Elméleti bevezetés

Bináris kód, fa-diagram, lyukkártya	13
1. Kijelentések	13
2. Feltételek egy H halmazon	13
3. Feltétellel definiált részhalmaz	14
4. Ekvivalens feltételek egy H halmazon	14
5. Komplementer részhalmazok	15
6. Többszörös feltételek a H halmazon	16
7. Bináris kód	17
8. Fa-diagram	17
9. Lyukkártya	18
Kézi feldolgozás	18
Gépi feldolgozás	19

Ítéletkalkulus 23

10. Halmazalgebra	23
11. Ítéletkalkulus	24
12. Kapcsolat a halmazalgebra és az ítéletkalkulus között	28
13. Veitch-diagramok	29
14. A Veitch-diagramok alkalmazása	30
15. Tulajdonságuk átvitele	33

Logikai algebra 34

16. Logikai algebra	34
17. Bináris változók és függvények	35
18. Az ítéletkalkulus és a bináris algebra közötti kapcsolat	36
19. Alapfüggvények	37

20. A 0 és az 1 konstans függvény	38
21. Az alapfüggvények alaptulajdonságai	39
22. Logikai blokkvázlat (logikai áramkörök)	40
Összefoglalás	43

Elektromos áramkörök

Elektromos áramkörök	49
23. Egy elektromos áramkör vizsgálata	49
24. Generátorok	50
25. Megállapodások az 1 állapot és a 0 állapotra vonatkozóan	51
26. Áramkörök és lámpák	52
Pillanatkapcsolók	53
27. Pillanatkapcsolók	53
Normál nyomógomb	53
Megszakító nyomógomb	54
Megállapodás	54
28. Függvények	55
29. Alapfüggvények	55
Váltókapcsolók	58
30. Egyáramkörös váltókapcsolók	58
31. Kétáramkörös váltókapcsolók	60
32. Többáramkörös váltókapcsolók	62
Alapgépek építése	63
33. Kizáró VAGY, egyenlőség, komplementeritás	63
34. Binárisan osztályozó (dichotomiás) gépek	64
Paralelogrammákat osztályozó gépek	65
35. Az OMEGA gép	67
Diódák	69
36. Diódák	69
37. A diódák beiktatása egy áramkörbe	69
Számológépek	72
38. Halmazalgebrában számoló gépek	72
39. Bináris formában felírt természetes számokat összeadó gép	77
39.1. Összeadás kettes számrendszerben	77
39.2. Helyiérték-táblázat moduljai	78
39.3. Modulok jellemzői	78
39.4. A modulok leírása	79
39.5. Az első modul vizsgálata	79
39.6. Tetszőleges modul vizsgálata	81

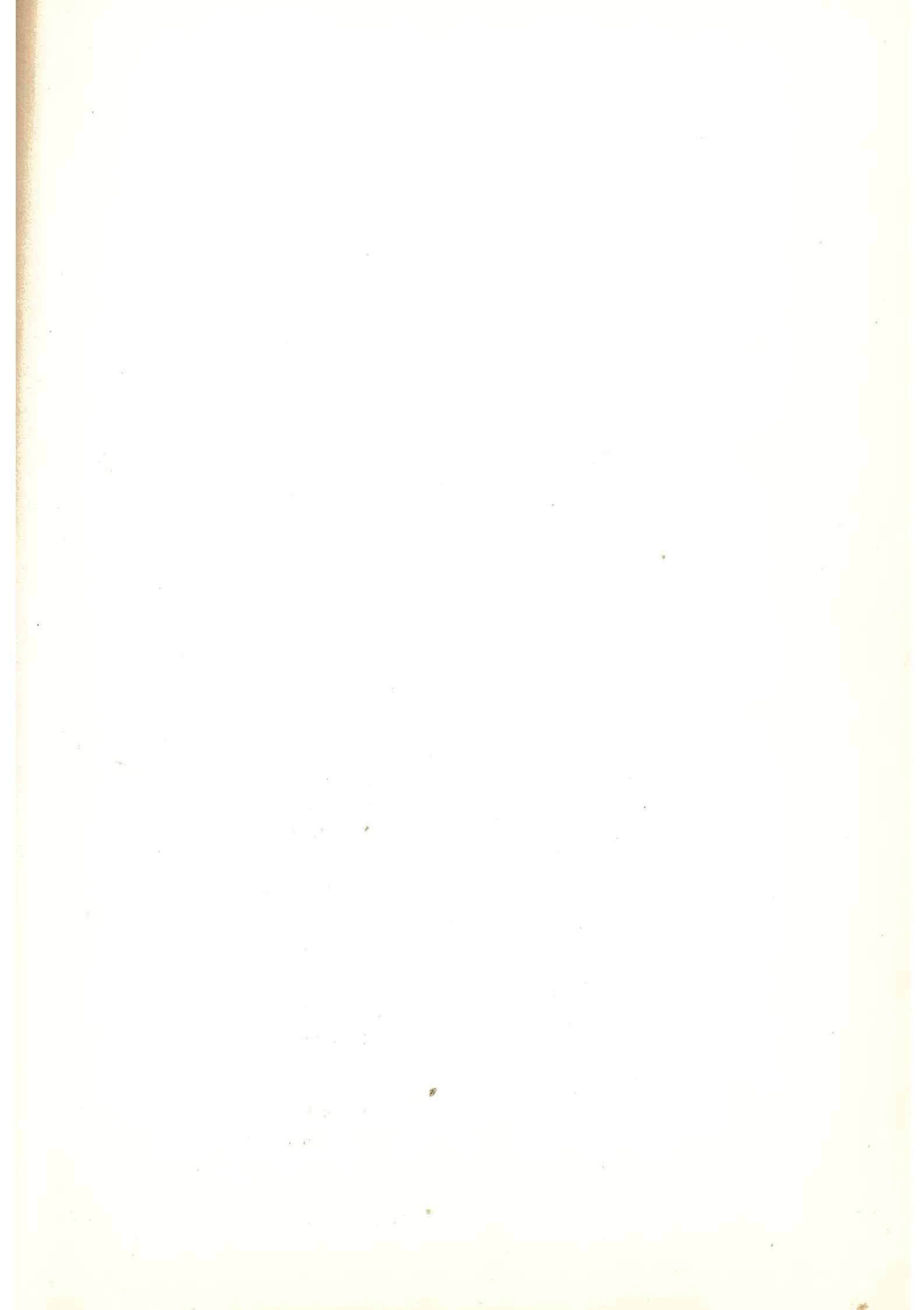
Elektromágneses jelfogók 83

- 40. Mágnesség 83**
- 41. Elektromágnes 83**
- 42. Vezérlő áramkör és elektromágnes 84**
- 43. Távvezérelt nyomógombok, távvezérelt váltókapcsolók 85**
- 44. Jelfogó 85**
- 45. Többérintkezős jelfogók rajzjelei 87**
- 46. Függvények tanulmányozása 88**

Számológépek építése 91

- 47. Összeadó bináris természetes számokhoz 91**
- 48. A számolást négyes csoportban végző gép 92**
 - A négyes kvadratikus csoport 93**
 - Négyes csoportban számoló gép építése 95**
 - Átalakítók (konverterek) építése 97**
- 49. Decimális—bináris átalakító (decibin átalakító) 97**
- 50. Bináris—decimális átalakító (binadec) 98**

Feladatmegoldások 103



Előszó

A mai fiataloknak olyan elméleti és gyakorlati alapot kell adnunk, hogy a holnap technikai realitásait már jól felkészülve várhassák. A matematika tartalma és módszerei jelentős átalakuláson mentek át, s így matematikai módszerekkel egyszerűbben megoldhatók a bonyolult, összetett problémák. A logikai gépek működésének megértéséhez megfelelő elméleti alapokra kell szert tennünk.

Ebben a könyvben a logikai kapcsolásokat megvalósító áramkörök — logikai gépek — tervezését, megépítését, felhasználását mutatjuk be. Ilyen gépek építéséhez azonban csak akkor fogjunk hozzá, ha az előzőekben megadott alapismereteket már jól elsajátítottuk.

A logikai gépeket a legegyszerűbb elektromos szerelési anyagokból és kisebb szerkezetekből állítjuk össze, tehát nem egy előre elkészített, kész egységként használható ún. „logikai építőszekrény” segítségével. Mivel csak kétállapotú elemi eszközökkel dolgozunk, természetes, hogy a tetszőleges bonyolultságú feladatokat alternatívák kombinációjára kell bontanunk. Részproblémákként ugyanis csak ezek integrálhatók egy fa-struktúrába, amely minden logikai gép alapvető struktúrája. A felvetett problémák így módon kiváló alapot adnak a tudományos gondolkodás elsajátításához.

A könyv két részből áll:

□ Az első, főként elméleti rész azoknak az alapvető matematikai és logikai ismereteknek a szintézisét adja meg, amelyekre a gyakorlati rész tárgyalásakor szükség lesz.

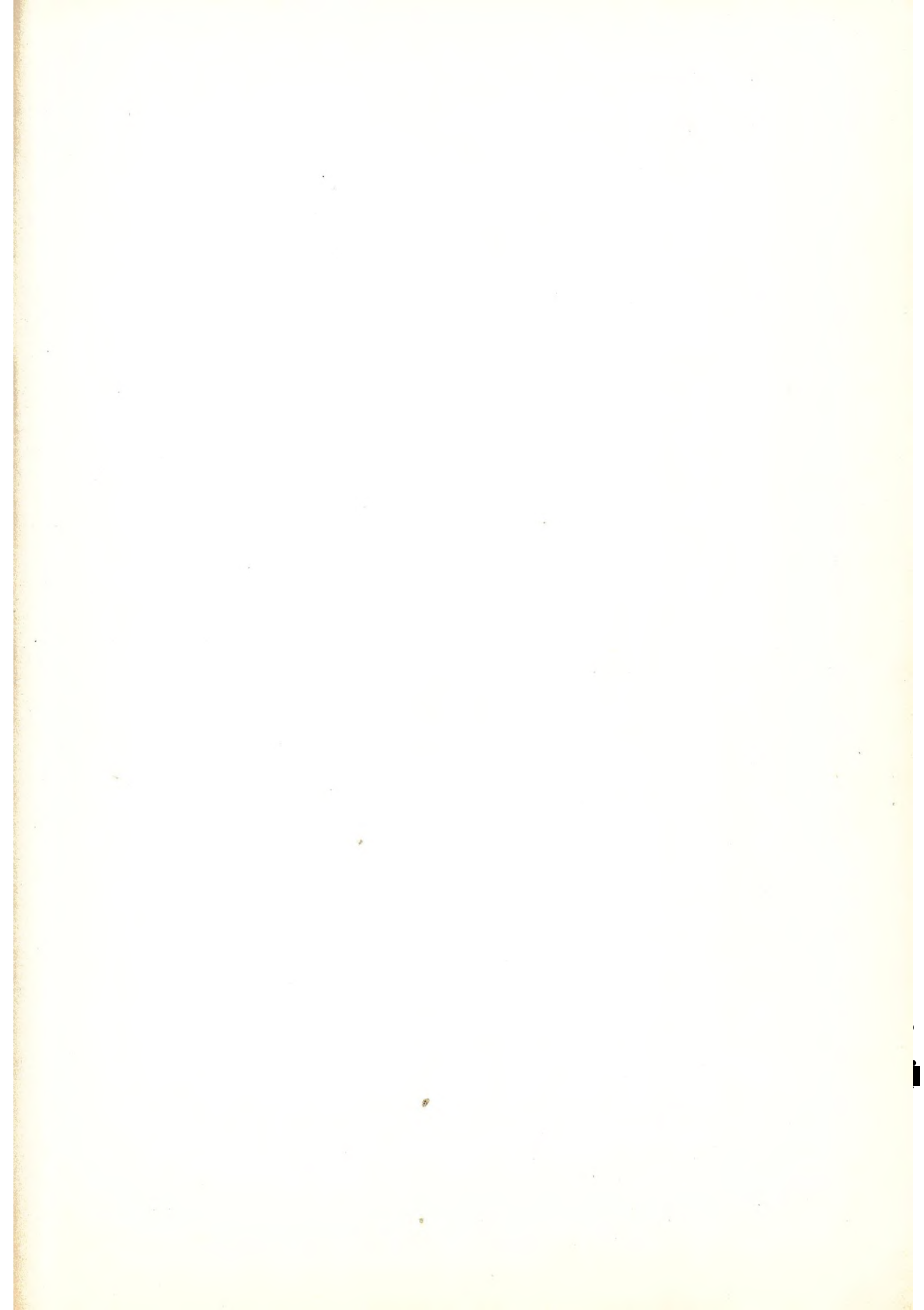
□ A második rész a műhelymunkával kapcsolatos gyakorlati kérdésekre ad választ, az egyszerűbbtől a bonyolultabb szerkezetek kialakításáig.

A könyvben igen sok feladat van, amelynek nehézségi fokára *, ill. ** jelzés utal.

A feladatok és a gyakorlati munkák elvégzéséhez sok sikert kívánunk. Köszönjük kollégáink kritikus megjegyzéseit és a könyv írása során tett javaslatait és külön köszönjük, René Larock és Pierre Lambert segítőkészségét, amellyel hozzájárultak e könyv létrejöttéhez.

A szerzők

Elméleti bevezetés



Bináris kód, fa-diagram, lyukkártya

Definíciók

Kijelentésen olyan kifejezést értünk, amely vagy igaz, vagy hamis.

Példák

A Rajna egy folyó (igaz).

Brüsszel Franciaország fővárosa (hamis).

Definíciók

Hivatkozási halmaznak¹ (a továbbiakban halmaznak) nevezzük és H -val jelöljük azt a halmazt, amelyen dolgozni szándékozunk.

Feltételnek nevezzük az „ x a megadott tulajdonságokkal rendelkezik” típusú kijelentéseket.

Ha egy feltételben x -et egy m dologgal² cseréljük fel, kijelentést kapunk.

Ha ez a kijelentés igaz, azt mondjuk, hogy m kielégíti vagy teljesíti a feltételt.

Ha ez a kijelentés hamis, azt mondjuk, hogy m nem elégíti ki vagy nem teljesíti a feltételt.

¹ A halmaz véges vagy végtelen elem (szám, dolog stb.) összessége. A halmazt elemeinek felsorolásával vagy az elemek meghatározott tulajdonságának megadásával adjuk meg. A felsorolt elemeket kapcsos zárójelbe tesszük (lásd később). (A fordító)

² Pontosabban a dolog nevével. (A fordító)

1.

Kijelentések

2.

Feltételek egy H halmazon

Minden olyan feltételt, amelyben x -et csak H -beli elemekkel kívánjuk felcserélni, úgy nevezzük, hogy feltétel a H halmazon, vagy H -n megadott feltétel.

Példa

Tekintsük a Kovács családot:

a Kovács úr, 40 éves, nő

b Kovácsné, 38 éves, férjezett

c Kovács János, 15 éves, nőtlen

d Kovács Ágnes, 14 éves, hajadon

$H = \{a, b, c, d\}$ a hivatkozási halmazunk.

„ x kiskorú” egy feltétel H -n. Jelöljük α -val

„ d kiskorú” igaz, tehát d kielégíti α -t.

„ a kiskorú” hamis, tehát a nem elégíti ki α -t.

3.

Feltétellel definiált részhalmaz

Minden egyes H -n megadott feltétel H -nak egy-egy részhalmazát definiálja: azon H -beli elemek részhalmazát, melyek kielégítik az adott feltételt.

4.

Ekvivalens feltételek egy H halmazon

Definíció

Két feltétel egy H halmazon akkor és csak akkor ekvivalens, ha a H halmaz ugyanazon részhalmazát definiálják.

Példa

Válasszuk az előbbi H halmazt.

$H = \{a, b, c, d\}$

Legyen „ x kiskorú” és „ x nem házas” két feltétel H -n.

$\{c, d\}$ az „ x kiskorú” feltétel által definiált halmaz.

$\{c, d\}$ az „ x nem házas” feltétel által definiált halmaz.

Tehát „ x kiskorú” és „ x nem házas” ekvivalens feltételek H halmazon.

Jelölés

x kiskorú $\Leftrightarrow x$ nem házas

Megjegyzés

Ha pl. H halmaz tartalmazna egy ötödik elemet:

$e = \text{Kovács Anna, 23 éves, hajadon}$

akkor „ x kiskorú” és „ x nem házas” már nem lennének ekvivalens feltételek a $H = \{a, b, c, d, e\}$ halmazon.

Ismeretek felfrissítése

A és $\bar{A}$ komplementerek a H halmazhoz viszonyítva³.

$$\begin{aligned} A \cap \bar{A} &= \emptyset \\ A \cup \bar{A} &= H \end{aligned}$$

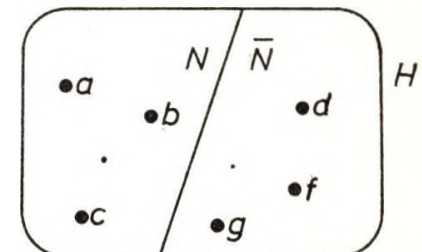
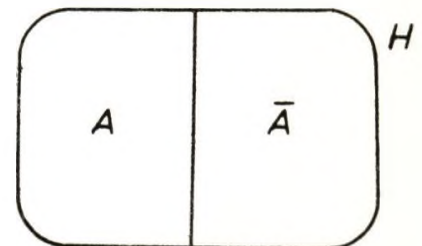
Vázlat

Legyen a H halmaz egy v város lakosainak összessége. „ x nagykorú” feltétel a H halmazon. Jelöljük N -nel e feltétel által definiált részhalmazt.

$$\forall l \in H:$$

$l \in N$ akkor és csak akkor, ha „ l nagykorú” igaz, $l \in \bar{N}$ akkor és csak akkor, ha „ l nagykorú” hamis

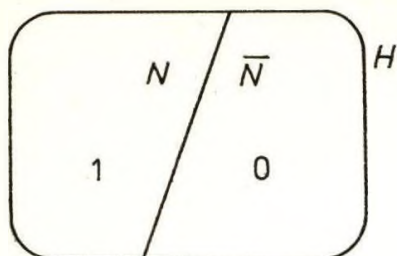
5. Komplementer részhalmazok



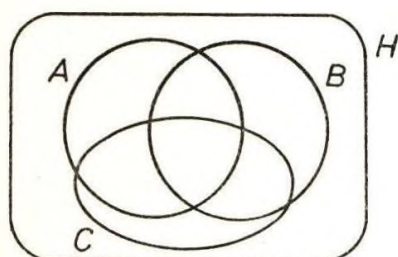
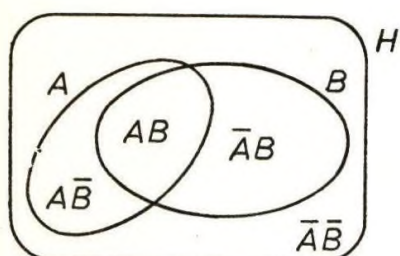
³ Ha az emlékeztető nem lenne elegendő: $\bar{A}$ (olvasd A vonás) részhalmaz a H halmaznak mindazokat az elemeit tartalmazza, amelyek nem elemei az A részhalmaznak.

$A \cup B$ (olvasd A unio B) az A és B halmazok uniója (vagy egyesítése), egy olyan halmazt definiál, amely mindazokat az elemeket tartalmazza, amelyek vagy A vagy B (vagy mindkettő) elemei. $A \cap B$ (olvasd A metszet B) az A és B halmazok metszete (közös része), egy olyan halmazt definiál, amely mindazokat az elemeket tartalmazza, amelyek A -nak is és B -nek is elemei. $\emptyset$ az üres halmaz (nincs eleme). (A fordító)

⁴ Ha a $\forall$ jel egy állítás előtt áll, akkor azt jelenti, hogy „minden...-re igaz”, $\in$ azt jelenti, hogy „eleme”. Tehát $\forall l \in H$ úgy olvasandó: minden l -re igaz, hogy eleme H -nak, vagyis itt l a v város bármelyik lakosa. Az ábrán már a „konkrét” lakosok szerepelnek: a, b, c, d, e, f, g . Ha viszont a $\forall$ jel két logikai kifejezés között áll, akkor kizáró-vagyot jelöl. (A fordító)



6. Többszörös feltételek a H halmazon



Megállapodásszerűen az

„ x nagykorú” N -ben teljesül kijelentéshez az 1 értéket,
„ x nagykorú” $\bar{N}$ -ben nem teljesül kijelentéshez a 0 értéket
rendeljük hozzá.

Minden H -n megadott újabb feltétel további két komplementer halmazt definiál H -ban, ami a következőkben ismertetetekhez vezet.

Megállapodások

A továbbiakban $A, B, C, \dots$ -vel fogjuk jelölni a H halmaznak azon részhalmazait, amelyeket megfelelően az $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ feltételek definiálnak H -n.

$A \cap B$ -t AB -vel, $A \cap \bar{B}$ -t $A\bar{B}$ -sal jelöljük.

Két feltétel H halmazon

Két feltétel H halmazon általában négy, páronként diszjunkt⁶ részhalmazt definiál a H halmazban.

$A\bar{B}$ azoknak a dolgoknak a halmaza, amelyek teljesítik az α feltételt (amely A -t definiálja) és nem teljesítik a β feltételt (amely B -t definiálja).

Három feltétel H halmazon

Három feltétel H halmazon általában nyolc, páronként diszjunkt részhalmazt definiál a H halmazban.

Feladatok

1. Legyen két, α és β feltétel H -n.

Jellemezze az $AB, \bar{A}B, A\bar{B}$ jelű területeket!

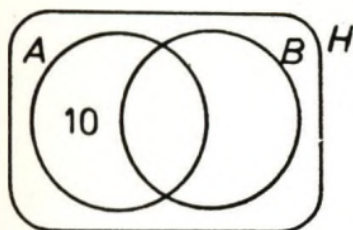
2. Lásd el jelzéssel a H halmazon a következő H -n megadott feltételekkel meghatározott nyolc területet: α , amely A -t, β , amely B -t és γ , amely C -t definiálja.

⁵ Halmazok metszetét szokás szorzásnak is nevezni. A rövidített felírási mód is erre utal. (A fordító)

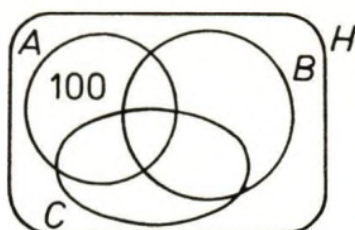
⁶ Két halmaz diszjunkt, ha nincs közös eleme: $A \cap B = \emptyset$. (A fordító)

3. Fejezze be az alábbi két H halmaz területeinek jelölését oly módon, hogy az 1 és 0 szimbólumokat alkalmazza az $A, B, C, \dots$ sorrendben!

Két feltétel H -n



Három feltétel H -n



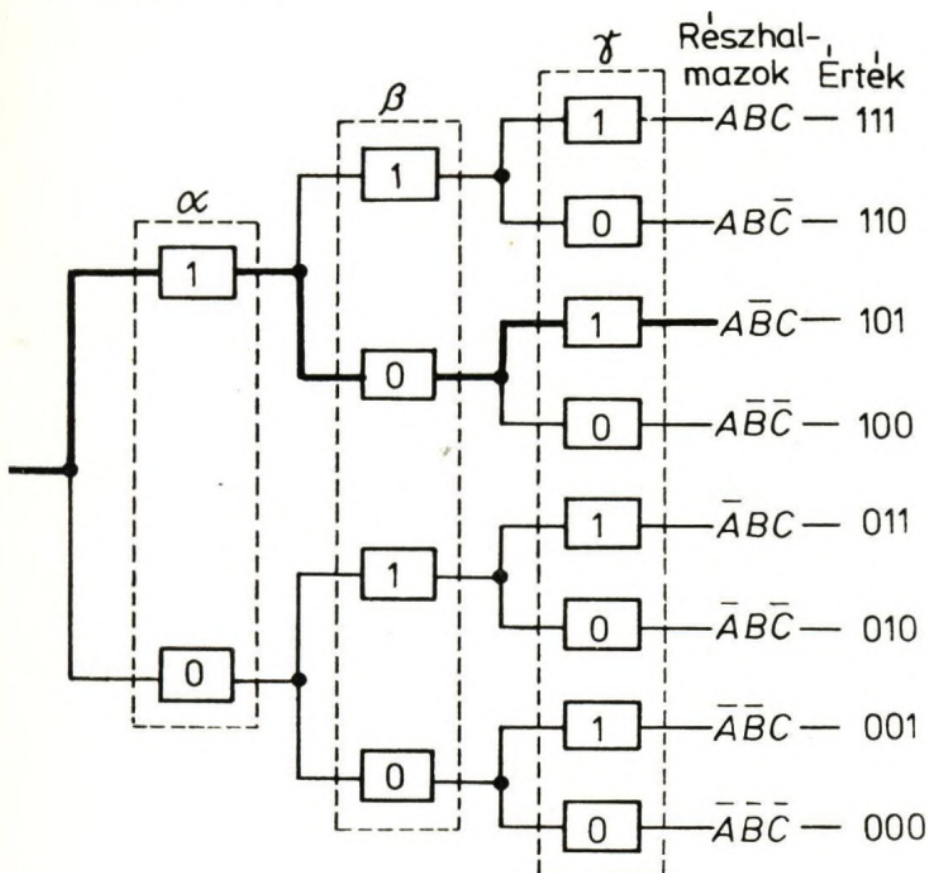
$\in \rightarrow \notin^7$
 igen—nem
 igaz—hamis
 1—0

a bináris kódra négy különböző kifejezés

7. Bináris kód

8. Fa-diagram

Az előbbieken leírtak fa-diagrammal ugyancsak felvázolhatók a következő módon:



⁷ $\notin$ azt jelenti, hogy „nem eleme”. Lásd még a ⁴. lábjegyzetet. (A fordító)

Megjegyzés

α, β, γ három, H halmazon megadott feltétel. Ha a H halmaz a eleme kielégíti α -t, nem elégíti ki β -t és kielégíti γ -t, a fa-diagram szerint $a \in \overline{A}BC$, melynek értéke 101.

Feladat

4. Legyen H az autók halmaza és a feltételek:

α = „ x egy piros autó”

β = „ x egy léghűtésű autó”;

γ = „ x egy nyitható tetejű autó”;

a) Rajzolja fel az α, β és γ feltételek fa-diagramját!

b) Keretezze be azokat a kimeneteket, amelyek meghatározzák

● a piros, léghűtésű, nem nyitható tetejű autók halmazát (1. halmaz),

● a nem piros, vízűtésű, nyitható tetejű autók halmazát (2. halmaz),

● a piros, vízűtésű, nyitható tetejű autók halmazát (3. halmaz).

9.

Lyukkártya

Az előbbieken ismertetett két ábrázolási mód a H -n megadott feltételek számának növelésével bonyolulttá (Venn-diagramok⁸) vagy terjedelmessé (fa-diagram) válik. A gyakorlatban általában számos feltételt tartalmazó eseteket kell feldolgozni. Az ilyen feldolgozásokat igen hatékony eszköz, a lyukkártya használata megkönnyítheti. Egy lyukkártya segítségével sokszor kell két lehetőség közül választani, alternatívát megoldani. Eddig ezt négyféleképpen fejeztük ki:

$\in - \notin$

igen—nem

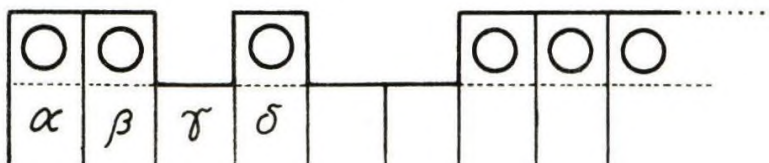
igaz—hamis

1—0

Többféle lyukkártya létezik, attól függően, hogy kézi vagy gépi feldolgozásra készülnek.

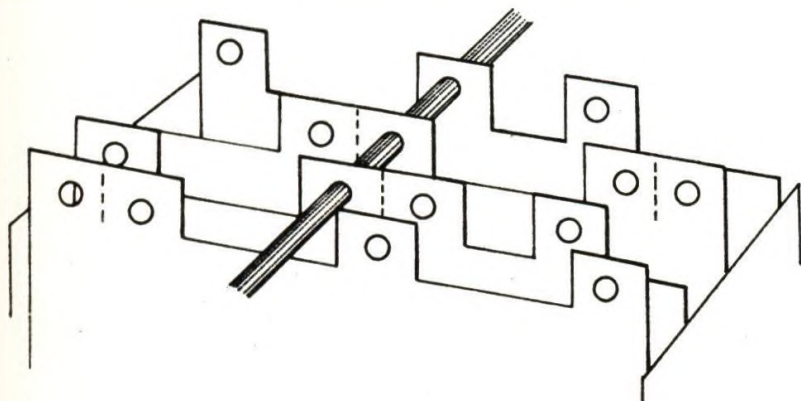
Kézi feldolgozás

A lyukkártyát felosztjuk oszlopokra. Minden oszlop a H halmazon megadott egy-egy feltételnek felel meg.



⁸ A 6. szakasz ábráit nevezzük Venn-diagramnak. (A fordító)

A lyukkártya felső szélén lyukakat helyezünk el. Egy lyuk jelenléte valamely oszlop felett az oszlophoz tartozó feltétel két lehetősége közül az igazat jelzi. Ha a kártyacsomagon egy tűt átdugunk, a keresett kártya kiemelhető⁹.



A lyuk hiánya (bevágás) a két lehetőség közül a hamisat jelzi. A tűn nem marad fenn a kártya, hanem a dobozban marad.

Gépi feldolgozás

Az egész lyukkártyát négyszögletes részekre osztjuk be.

		○							
	○								
								○	

Minden beosztás megfelel egy-egy H halmazon megadott feltételnek. A beosztás lehet lyukasztott vagy sem, ami a bináris kódnak tökéletesen megfelel:

igaz—hamis

megtartandó—visszadobandó

Feladat

5. Legyen

H a v város lakóinak halmaza

A a v város nagykorú lakóinak halmaza

B a v város férfi lakóinak halmaza

C a v város 1,60 m-nél magasabb lakóinak halmaza

D a v város áruházi eladónőinek halmaza.

⁹ A kézi feldolgozású lyukkártyát nálunk lyukasztott, lyukasztott szélű vagy szélperforált kártyának nevezik. Ez a kártya tulajdonképpen kartotéklap, s kiemelése után a keresett információ leolvasható róla. (A fordító)

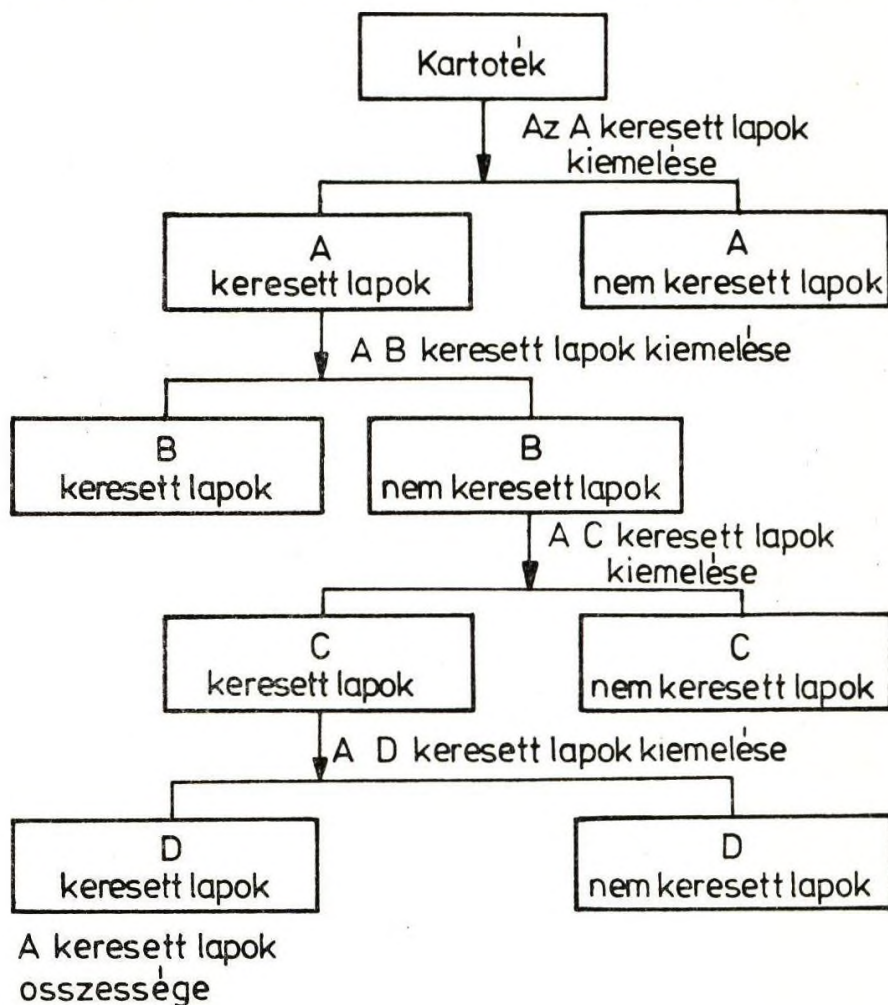
1. Rajzolja meg a H halmaz és a négy, A , B , C és D halmazok Venn-diagramját!
2. Jelölje be bináris jelölésekkel a Venn-diagram 16 területét!
3. Ugyanezt adja meg egy fa-diagrammal!
4. A város lakói közül rajzolja meg a következő lakók lyukkártyáját:
 - a ügyvéd, férfi, 1,75 m magas
 - b tanítónő, 1,65 m magas
 - c Kovács János tanuló, 1,45 m magas
 - d fűszeres, nő, 45 éves, 1,75 m magas.

α	β	γ	δ	

5. Helyezze el az a , b , c és d elemeket az 1. pont szerint megrajzolt Venn-diagramba, és a 3. pont szerint megrajzolt fa-diagram kimeneteihez.

Probléma

Az 5. feladatban tárgyalt v város lakosságának kartotékából ki akarjuk emelni az 1,60 m magasságot meghaladó felnőtt áruházi eladónők lapjait. Íme a művelet folyamatábrája:



Feladatok

6. Legyen

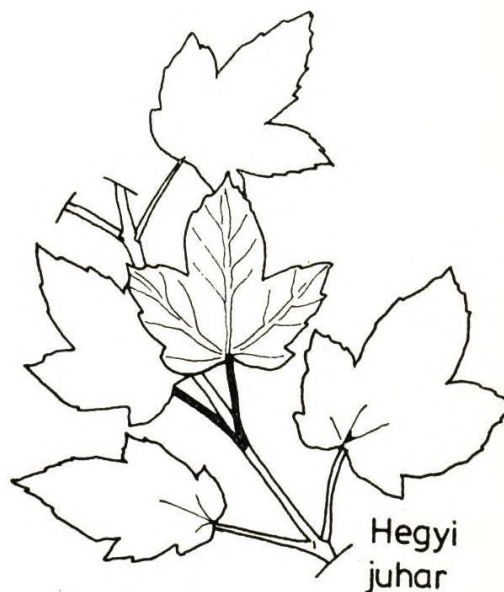
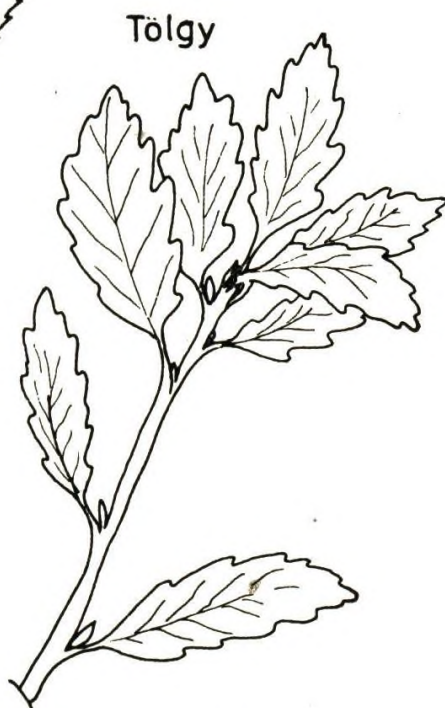
- H a v város lakóinak halmaza
- A a v város nagykorú lakóinak halmaza
- B a v város férfi lakóinak halmaza
- C a v város nem házas lakóinak halmaza
- D a v városban lakó orvosok halmaza.

A v város lakosságának kartotékából ki akarjuk emelni a nők orvosok lapját. Rajzolja meg a művelet folyamatábráját!

7. Legyen

- L a falevelek halmaza (a hivatkozási halmaz)
- A az egyszerű levelek halmaza
- B az átellenes állású levelek halmaza
- C az egy főerű levelek halmaza
- D az ép szélű levelek halmaza
- E a tagolt levelek halmaza
- F a fűrészszélű levelek halmaza
- G a karéjos szélű levelek halmaza.

Töltse ki az alábbiakban ábrázolt levelek kartotéklapjait:



8. Legyen

H az osztály tanulójának halmaza

A az osztály azon tanulójának halmaza, akik egyetlen gyerekek

B az osztály azon tanulójának halmaza, akiknek édesanyja háztartásbeli

C az osztály azon tanulójának halmaza, akik szemüveget hordanak

D az osztály azon tanulójának halmaza, akik 1,50 m-nél magasabbak

E az osztály azon tanulójának halmaza, akik az iskolában étkeznek

F az osztály azon tanulójának halmaza, akik egyesületben sportolnak.

Töltse ki saját (vagy egy ismerősének) lapját az osztály kartotékjához!

9. Az „*x*-nek hosszú haja van” feltétel meghatároz-e egy halmazt. Igazolja választát!

Ítéletkalkulus

Bevezetés

A matematikatanulás folyamán megismerkedtünk a halmazalgebrával. Most az algebrának egy új részét fogjuk bemutatni, az ítéletkalkulust¹⁰, amely a halmazalgebra hű másolata.

Ismert struktúrákból újabb struktúrák előállítása a matematikai megoldásokra jellemző eljárás. Ezt a későbbi feladatok során gyakran alkalmazzuk majd.

10. Halmazalgebra

Halmazműveletek $\forall A, B$:

$$\begin{aligned}A \cap B &= \{X \mid X \in A \text{ ÉS } X \in B\}^{11} \\A \cup B &= \{X \mid X \in A \text{ VAGY } X \in B\} \\A \setminus B &= \{X \mid X \in A \text{ ÉS } X \notin B\}^{12} \\B \setminus A &= \{X \mid X \notin A \text{ ÉS } X \in B\} \\A \circ B &= \{X \mid X \subset A \setminus B \text{ VAGY } X \in B \setminus A\}^{13}.\end{aligned}$$

¹⁰ Az ítéletkalkulust (kijelentéskalkulust) — más nyelveken — kijelentésalgebrának is nevezik. (A fordító)

¹¹ Értsd: A unio B halmaz elemei az x elemek halmaza feltéve, hogy x eleme A-nak és x eleme B-nek (l. még a 3. lábjegyzetet). (A fordító)

¹² $A \setminus B$ (olvasd A mínusz B) az A és B halmaz differenciája. Mivel a művelet nem kommutatív, úgy szokás mondani, hogy A előtagú és B utótagú differencia. Az $A \setminus B$ halmaz elemei mindazon A-beli elemek halmaza, amelyek nem elemei a B halmaznak. (A fordító)

¹³ $A \circ B$ (olvasd A kis kör B) az A és B halmazok szimmetrikus differenciája. Az $A \circ B$ halmaz elemei mindazok az elemek, amelyek vagy A elemei, vagy B elemei, de nem mindkettő. A $\circ$ jel helyett szokás a Δ jelet használni. (A fordító)

Tehát a következő azonos feltételeket kapjuk:

$$(X \in A \cap B) \Leftrightarrow (X \in A \text{ ÉS } X \in B)$$

$$(X \in A \cup B) \Leftrightarrow (X \in A \text{ VAGY } X \in B)$$

$$(X \in A \setminus B) \Leftrightarrow (X \in A \text{ ÉS } X \notin B)$$

$$(X \in B \setminus A) \Leftrightarrow (X \notin A \text{ ÉS } X \in B)$$

$$(X \in A \circ B) \Leftrightarrow (X \in A \setminus B \text{ VAGY } X \in B \setminus A)$$

11.

Ítéletkalkulus

Ismeretek felfrissítése

Kijelentésnek nevezünk minden olyan kifejezést, amelyet vagy igaznak, vagy hamisnak ítélünk.

Logikai operátorok

Logikai operátornak nevezünk minden olyan szimbólumot, amelynek segítségével megadott kijelentésekből új kijelentések állíthatók elő.

NEM operátor

Példa

„János a hatodik osztályba jár” egy kijelentés. Jelöljük σ -val.
 „János nem a hatodik osztályba jár” ugyancsak egy kijelentés.
 Azt mondjuk, hogy e kijelentés az előbbi kijelentés negációja (tagadása) és $\bar{\sigma}$ -val (olvasd nem σ) jelöljük.

Definíció

Ha σ egy kijelentés, negációja $\bar{\sigma}$ ugyancsak egy kijelentés, akkor ezt a következő igazságtáblázat definiálja¹⁴:

σ	$\bar{\sigma}$	σ	$\bar{\sigma}$
igaz	hamis	1	0
hamis	igaz	0	1

¹⁴ Az igazságtáblázatból (A fordító)

ÉS operátor

Példa

$\left. \begin{array}{l} a \text{ Az ég kék} \\ b \text{ A tenger zöld} \end{array} \right\}$ kijelentések.

„Az ég kék és a tenger zöld” ugyancsak egy kijelentés.

Azt mondjuk, hogy e kijelentés a és b konjunkciója és $a \wedge b$ -vel (olvasd a és b) jelöljük.

Definíció

Ha a és b kijelentések, az $a \wedge b$ konjunkciójukat a következő igazságtáblázat definiálja:

a	b	$a \wedge b$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

VAGY operátor

Példa

$\left. \begin{array}{l} a \text{ Az ég kék} \\ b \text{ A tenger zöld} \end{array} \right\}$ kijelentések.

„Az ég kék vagy a tenger zöld” ugyancsak egy kijelentés.

Azt mondjuk, hogy e kijelentés a és b diszjunkciója és $a \vee b$ -vel (olvasd a vagy b) jelöljük.

Definíció

Ha a és b kijelentések, az $a \vee b$ diszjunkciójukat a következő igazságtáblázat definiálja:

a	b	$a \vee b$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

KIZÁRÓ VAGY operátor

Példa

$\left. \begin{array}{l} a \text{ Az ég kék} \\ b \text{ A tenger zöld} \end{array} \right\}$ kijelentések.

„Vagy az ég kék, vagy a tenger zöld” ugyancsak egy kijelentés. Azt mondjuk, hogy e kijelentés a és b kizáró diszjunkciója vagy antivalenciája és $a \vee b$ -vel (olvasd a vagy pedig b , ill. vagy a , vagy b) jelöljük.

Definíció

Ha a és b kijelentések, az $a \vee b$ antivalenciát a következő igazságtáblázat definiálja:

a	b	$a \vee b$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

EKVIVALENS operátor

Példa

$\left. \begin{array}{l} a \text{ Az ablak nyitva van} \\ b \text{ Szép az idő} \end{array} \right\}$ kijelentések.

„Az ablak nyitva van akkor és csak akkor, ha szép az idő” ugyancsak egy kijelentés.

Azt mondjuk, hogy e kijelentés a és b ekvivalenciája és $a \leftrightarrow b$ -vel (olvasd a ekv b) jelöljük.

Definíció

Ha a és b kijelentések, az $a \leftrightarrow b$ ekvivalenciájukat* a következő igazságtáblázat definiálja:

a	b	$a \leftrightarrow b$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

* A szerzők a $\leftrightarrow$ jelölést néha egyenlőségként, néha ekvivalenciaként használják, nem mindig következetesen. (A lektor)

Feladatok

10. Egy kijelentésnek hány negációja van?

● Mi a kijelentés negációjának negációja?

● Egészítse ki: $\bar{\bar{a}}$ (olvasd a két vonás) = ...

11. 1. Mi a következő kijelentések logikai értéke?

a Budapest magyar város

b Az igazgató 6. osztályos tanuló.

c A Szajna Párizson át folyik.

d Rubens nem festő

e Bécs nem Olaszország fővárosa.

2. Írja le a fenti kijelentések negációját.

Mi ezeknek a negációknak a logikai értéke?

12.*¹⁵ a egy kijelentés.

1. Építse fel a következő kijelentések igazságtáblázatát:

$$a \wedge a; a \vee a; a \wedge \bar{a}; a \vee \bar{a}$$

2. Egészítse ki:

$$a \wedge a \Leftrightarrow \dots$$

$$a \vee a \Leftrightarrow \dots$$

$$a \wedge \bar{a} \text{ mindig } \dots$$

$$a \vee \bar{a} \text{ mindig } \dots$$

13.* a és b kijelentések.

Adja meg a következő kijelentések igazságtáblázatát:

$$a \wedge \bar{b}; \bar{a} \wedge b; \bar{a} \wedge \bar{b}; a \vee \bar{b}; \bar{a} \vee b; \bar{a} \vee \bar{b}.$$

14.* a és b kijelentések.

Fejezze ki $a \vee b$ -t és $a \Leftrightarrow b$ -t zárójelek és a $\wedge$ és $\vee$ operátorok segítségével

● $(a \vee b) \Leftrightarrow \dots$

● $(a \Leftrightarrow b) \Leftrightarrow \dots$

15.* $\overline{(a \vee b)} \Leftrightarrow (a \Leftrightarrow b)$

Igazolja igazságtáblázat segítségével, hogy a kizáró vagy és az ekvivalencia egymásnak negáltjai.

¹⁵ A *, ill. ** értelmezését l. az Előszóban! (A fordító)

12.

Kapcsolat a halmazalgebra és az ítéletkalkulus között

A következő táblázatok azt mutatják, hogy tökéletes azonos-
ság áll fenn a halmazalgebra és az ítéletkalkulus (logikai érté-
kek algebrája) között. Egyazon struktúra két aspektusát
figyelhetjük meg.

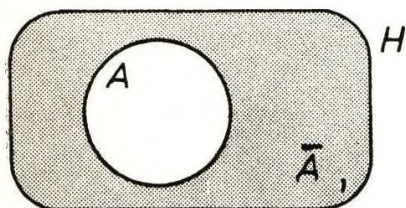
Halmazalgebra

Szimbólumok

1 hozzá tartozik

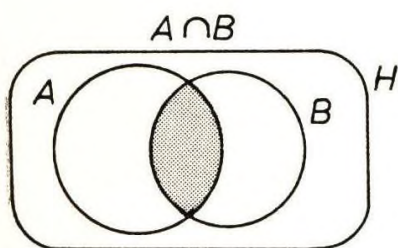
0 nem tartozik hozzá

Áttérés a komplementre



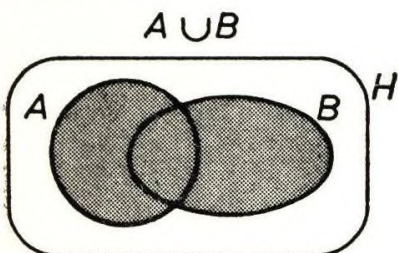
A	$\bar{A}$
1	0
0	1

Metszet



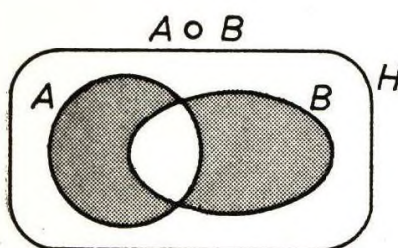
A	B	$A \cap B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Egyesítés



A	B	$A \cup B$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Szimmetrikus differencia



A	B	$A \oplus B$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Ítéletkalkulus

Szimbólumok

1 igaz

0 hamis

Negáció

a	$\bar{a}$
1	0
0	1

Konjunkció

a	b	$a \wedge b$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Diszjunkció

a	b	$a \vee b$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Kizáró vagy

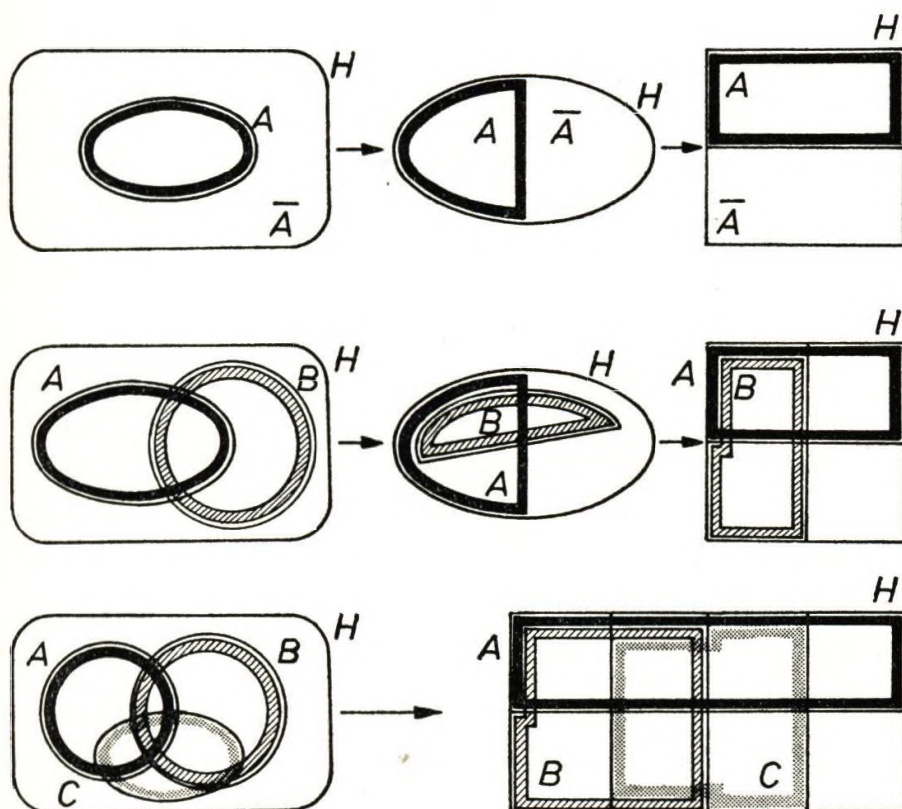
a	b	$a \vee b$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Tehát:

$$\begin{array}{l} A \rightarrow \bar{A} \leftrightarrow a \rightarrow \bar{a} \\ \cap \leftrightarrow \wedge \\ \cup \leftrightarrow \vee \\ \circ \leftrightarrow \forall \end{array}$$

13. Veitch-diagramok

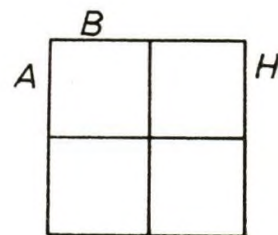
Megváltoztathatjuk a Venn-diagramokat a következő módon:



Ez az eljárás kiterjeszthető tetszőleges számú részhalmazra. Ezeket az új sémákat nevezzük Veitch-diagramnak.

Feladat

16. Hányszor lehet az ábra Veitch-diagramján bizonyos négyzetek határvonalait kihúzni?
Rajzolja meg mindegyik módhoz a sémát!



14.

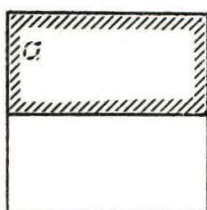
A Veitch-diagramok alkalmazása

Cél

Olyan geometriai ábrázolás létrehozása, mely lehetővé teszi egy összetett kijelentés igaz voltának meghatározását összetevői függvényében, ill. két összetett kijelentés ekvivalenciájának kimutatását.

Megállapodások

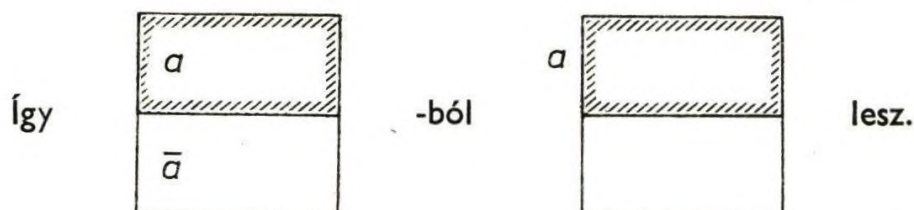
Minden k kijelentés igaz voltahoz egy ugyancsak k -val jelölt területet rendelünk.



Példa

A vastag vonallal körvonalazott terület az a kijelentés igaz voltahoz tartozik.

Ha olyan kijelentéseket vizsgálunk, ahol $a, b, c, \dots$ szerepel, a diagramon csak az $a, b, c, \dots$ értékeit fogjuk jelölni, még hozzá ábécé sorrendben.



Módszer

Egy összetett kijelentés igaz voltát képviselő terület meghatározásához az előző szakaszban ismertetett egyeztetési szabályokat alkalmazzuk.

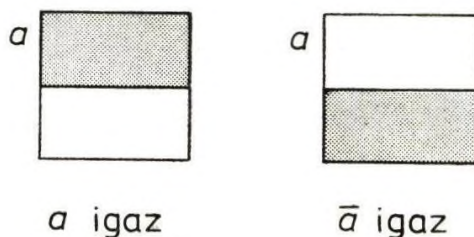
Példák

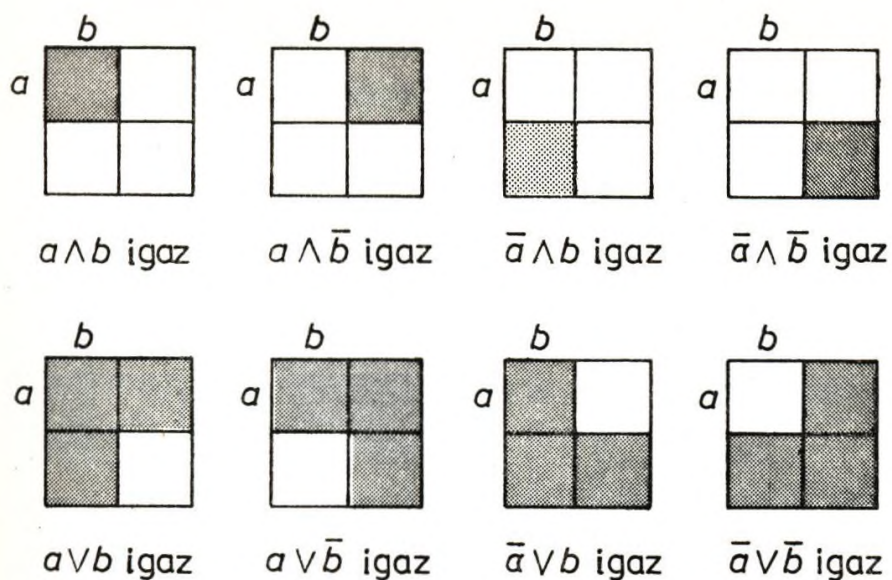
Az $a \wedge b$ kijelentés igaz voltának jelölésére létrehozuk az a , ill. a b igaz voltát jelölő területek metszetét.

Az $a \vee b$ kijelentés igaz voltának jelölésére létrehozuk az a , ill. a b igaz voltát jelölő területek egyesítését.

Igaz kijelentés ábrázolása

Egy kijelentés igaz voltának kiemelését kényelmesen elvégezhajjuk a hozzá tartozó terület színezésével.



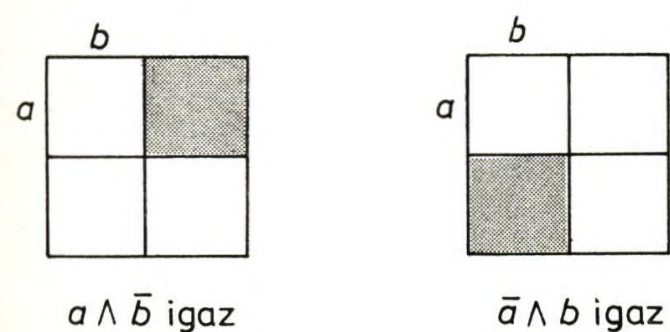


Összetett kijelentés igaz volta

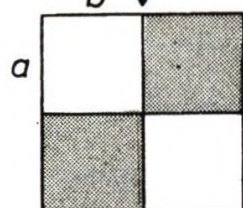
Határozzuk meg az $a \vee b$ kijelentés igaz eseteit.

Tudjuk, hogy $a \vee b \Leftrightarrow (a \wedge \bar{b}) \vee (\bar{a} \wedge b)$.

Meghatározás:



Áttérés az egyesítésre
Áttérés a diszjunkcióra



$(a \wedge \bar{b}) \vee (\bar{a} \wedge b)$ igaz

tehát $a \vee b$ igaz abban az esetben, amikor

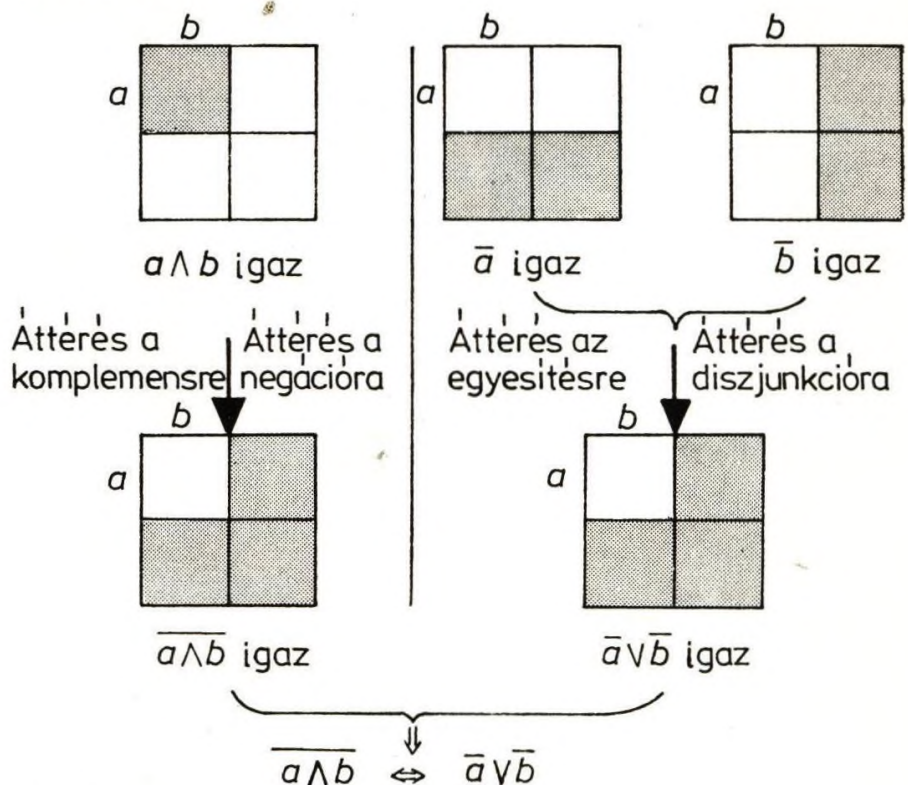
$$\left\{ \begin{array}{l} a \text{ igaz} \\ \text{és} \\ b \text{ hamis} \end{array} \right. \quad \text{VAGY} \quad \left\{ \begin{array}{l} a \text{ hamis} \\ \text{és} \\ b \text{ igaz} \end{array} \right.$$

Két összetett kijelentés ekvivalenciája

Kimutatandó a következő ekvivalencia:

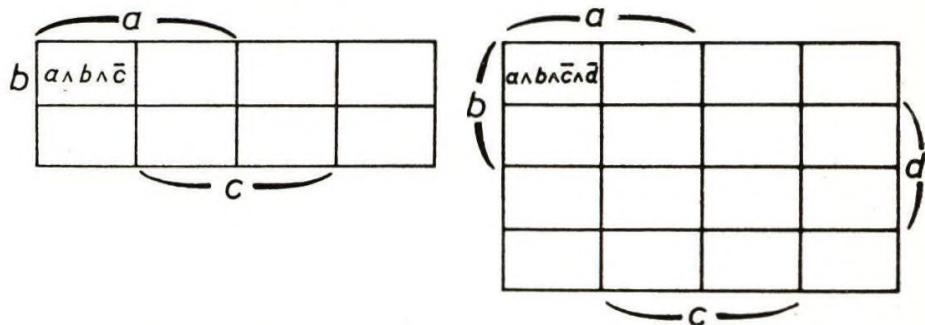
$$\overline{a \wedge b} \Leftrightarrow \overline{a} \vee \overline{b}$$

Bizonyítás:



Feladatok

17. Írja két Veitch-diagram:



Egészítse ki mindkettőben az elkezdett jelölésrendszert!

18. Adva van az a és b kijelentés.

Ábrázolja Veitch-diagramban a következő kijelentések igaz voltát

$$\begin{array}{cccc} a \wedge b & \overline{a \wedge b} & a \vee b & \overline{a \vee b} \\ a \wedge \overline{b} & \overline{a \wedge b} & \overline{a \wedge b} & \overline{a \vee b} \end{array}$$

19.* Adva van két kijelentés: a és b .

Mutassa ki Veitch-diagramok segítségével a következő ekvivalenciát:

$$\overline{a \vee b} \Leftrightarrow \overline{a} \wedge \overline{b}$$

20.* Adva van három kijelentés: a , b és c .

Ábrázolja Veitch-diagramban a következő kijelentések igaz voltát:

$$\begin{array}{llll} (a \vee b) \wedge c & (a \wedge b) \vee c & a \wedge (b \wedge c) & (a \vee b) \vee c \\ a \vee (b \wedge c) & a \wedge (b \vee c) & (a \wedge \bar{b}) \wedge c & (\bar{a} \wedge b) \vee c \end{array}$$

15.

Tulajdonságok átvitele

Kimutattuk, hogy a $\cap$ és $\cup$ műveletek kommutatívok és asszociatívok¹⁶. E tulajdonságokat a $\wedge$ és $\vee$ műveletek is megtartják az ítéletkalkulusban.

Minden a , b , c kijelentésre:

$$\begin{array}{ll} a \wedge b \Leftrightarrow b \wedge a & (a \wedge b) \wedge c \Leftrightarrow a \wedge (b \wedge c) \\ a \vee b \Leftrightarrow b \vee a & (a \vee b) \vee c \Leftrightarrow a \vee (b \vee c) \end{array}$$

Feladatok

21. Mutassa ki igazságtáblázatok vagy Veitch-diagramok segítségével, hogy a $\wedge$ és $\vee$ műveletek asszociatívok.

22.* Mutassa ki igazságtáblázatok vagy Veitch-diagramok segítségével, hogy:

a $\wedge$ művelet disztributív a $\vee$ műveletre vonatkozóan

a $\vee$ művelet disztributív a $\wedge$ műveletre vonatkozóan¹⁷.

¹⁶ A Venn-diagramokból közvetlenül belátható, hogy $A \cup B = B \cup A$, ill. $A \cap B = B \cap A$ (kommutativitás) és $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$, ill. $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ (asszociativitás). (A fordító)

¹⁷ Vagyis, hogy $a \wedge (b \vee c) = (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$ stb. (A fordító)

Logikai algebra

16. Logikai algebra

Bevezetés

Az előző fejezet során bemutattuk a halmazalgebra és az ítéletkalkulus közötti szoros analógiát. E fejezetben egy újabb struktúraátvitelt fogunk biztosítani és megismerkedünk a logikai algebrában történő műveletvégzéssel.

Ismeretek felfrissítése

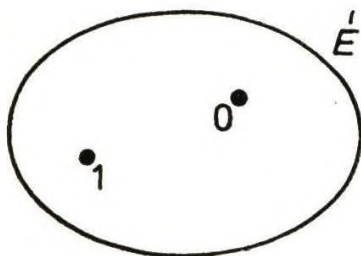
Már láttuk, hogy minden kijelentésnek egy és csak egy értéke van: az 1-gyel jelölt „igaz” érték vagy a 0-val jelölt „hamis” érték.

Kijelentések logikai értékei

Ezentúl az $a, b, c, \dots$ nem kijelentéseket fog képviselni, hanem az $a, b, c, \dots$ kijelentések logikai értékeit.

Tehát:

Kijelentések	E kijelentések értékei
Azt írtuk, hogy $a \Leftrightarrow b$ ekvivalens kijelentések	Azt fogjuk írni, hogy $a = b$ egyenlő értékek



Logikai algebra

Ha az $E = \{\text{igaz, hamis}\} = \{1, 0\}$ halmazt bizonyos törvényszerűségekkel ellátjuk, algebrai struktúrát¹⁸ kapunk. Ez a

¹⁸ Algebrai struktúrának nevezzük az olyan halmazt, amelyen legalább egy műveletet értelmezünk, s ez a művelet (vagy műveletek) nem vezet ki a halmazból — vagyis a műveletet a halmaz bármely két elemére alkalmazva az eredményként kapott elem ugyancsak a halmaz eleme.

Azaz ha $a \in H, b \in H$, akkor $a M b = c$, ahol $c \in H$ és M valamilyen műveleti jel helyett áll. (A fordító)

logikai kijelentések által felvehető értékek algebrája vagy logikai algebra, vagy bináris algebra.

17.

Bináris változók és függvények

Definíciók

Ha egy x változó csak az 1 és 0 értékeket veheti fel, azt mondjuk, hogy x bináris változó. Ha y értéke függ x értékétől, az x és y megfelelő $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots$ értékpárjai egy függvényt definiálnak.

$$f: \{0, 1\} \rightarrow \{0, 1\} : x \rightarrow y = f(x).$$

Ezentúl egy függvényt tetszőlegesen a következő jelölések bármelyikével fogjuk jelölni: f ; $f(x)$; $y = f(x)$.

Példa

Egy vízvezetékre szerelt csap lehet nyitott vagy zárt.

Ha a csap nyitott állapotához az 1 értéket és a zárt állapothoz a 0 értéket rendeljük, a csap állapota egy bináris változóvá válik. Jelöljük x -szel.

A vízvezeték vize folyhat vagy nem folyhat. Ha a „víz folyik” állapothoz az 1 értéket és a „víz nem folyik” állapothoz a 0 értéket rendeljük, a víz folyásának állapota ugyancsak egy bináris változóvá válik, amely x függvénye. Jelöljük $f(x)$ -szel.

Ehéből az állapotok táblázata

x	$f(x)$
1	1
0	0

Általánosítás

Hasonló módon egy többváltozós függvényt $f(x, y, z, \dots)$ -vel fogunk jelölni.

18.

Az ítéletkalkulus és a bináris algebra közötti kapcsolat

Ítéletkalkulus

Bináris algebra

szimbólumok

igaz = 1

hamis = 0

Negáció

a	$\bar{a}$
1	0
0	1

Negáció

a	$\bar{a}$
1	0
0	1

$\bar{a}$ -t olvasd „nem a ”-nak

Konjunkció

a	b	$a \wedge b$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Logikai szorzat

$a \cdot b$ -művelet definíciója

a	b	$a \cdot b$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

$a \cdot b$ -t olvasd „ a -szor b ”-nek vagy „ a és b ”-nek

$a \cdot b$ -t írhatjuk ab -nek is.

Diszjunkció

a	b	$a \vee b$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Logikai összeg

$a + b$ művelet definíciója

a	b	$a + b$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

$a + b$ -t olvasd „ a plusz b ”-nek vagy „ a vagy b ”-nek.

Antivalencia

a	b	$a \nabla b$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Kizáró vagy

$a \oplus b$ művelet definíciója

a	b	$a \oplus b$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

$a \oplus b$ -t olvasd „vagy a
vagy b ”-nek

Tehát

$a \rightarrow \bar{a}$	$\leftrightarrow$	$a \rightarrow \bar{a}$
$\wedge$	$\leftrightarrow$	$\cdot$
$\vee$	$\leftrightarrow$	$+$
∇	$\leftrightarrow$	$\oplus$

19. Alapfüggvények

Definíció

A negációt, a logikai szorzatot és a logikai összeget alapfüggvénynek nevezzük.

Tulajdonságok

Logikai szorzat

$$\begin{aligned}1 \cdot 1 &= 1 \\1 \cdot 0 &= 0 \\0 \cdot 1 &= 0 \\0 \cdot 0 &= 0\end{aligned}$$

A logikai szorzat tulajdonságai megegyeznek az aritmetikai szorzat tulajdonságaival

Logikai összeg

$$\begin{aligned}1 + 1 &= 1 \\1 + 0 &= 1 \\0 + 1 &= 1 \\0 + 0 &= 0\end{aligned}$$

A logikai összeg tulajdonságai csak annyiban térnek el az aritmetikai összeg tulajdonságaitól, hogy a maximális érték csak 1 lehet.

Feladat

23. $a+(bc)$, $(a+b)c$ és $(a\bar{b})+(\bar{a}b)$ az a , b , c bináris változók függvényei.

$$a+(bc) = 1 \Leftrightarrow a = 1 \quad \text{vagy} \quad bc = 1$$

$$\Leftrightarrow a = 1 \quad \text{vagy} \quad (b = 1 \text{ és } c = 1)$$

Állapítsa meg hasonló módon a , b , c azon értékeit, amely mellett

$$(a+b)c = 1 \text{ és } (a\bar{b})+(\bar{a}b) = 1$$

20.

A 0 és az 1 konstans függvény

A 0 konstans függvény az a függvény, amelynek értéke a változók értékétől függetlenül 0.

a	b	0
1	1	0
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Az 1 konstans függvény az a függvény, amelynek értéke a változók értékétől függetlenül 1.

a	b	1
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	1

21.

Az alapfüggvények alaptulajdonságai

Negáció

$\forall a:$

a	$\bar{a}$	$\bar{\bar{a}}$	$a \cdot \bar{a}$	$a + \bar{a}$
1	0	1	0	1
0	1	0	0	1

$\bar{\bar{a}} = a$
$a \cdot \bar{a} = 0$
$a + \bar{a} = 1$

Logikai szorzat

$\forall a:$

a	a	1	0	$a \cdot 1$	$a \cdot 0$	$a \cdot a$
1	1	1	0	1	0	1
0	0	1	0	0	0	0

$a \cdot 1 = a$
$a \cdot 0 = 0$
$a \cdot a = a$

Logikai összeg

$\forall a:$

a	a	1	0	$a + 1$	$a + 0$	$a + a$
1	1	1	0	1	1	1
0	0	1	0	1	0	0

$a + 1 = 1$
$a + 0 = a$
$a + a = a$

De Morgan törvények:

$$\overline{a \cdot b} = \bar{a} + \bar{b}$$

$$\overline{a + b} = \bar{a} \cdot \bar{b}$$

Kommutativitások

$$a \cdot b = b \cdot a$$

$$a + b = b + a$$

Asszociativitások

$$a(bc) = (ab)c$$

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

Disztributivitások

$$a(b + c) = ab + ac$$

$$a + (bc) = (a + b)(a + c)$$

Egyszerűsítés

Bármely kifejezés a zárójelek elhagyásával egyszerűsíthető a következő két szabály betartásával:

1. a $\cdot$ műveletet a $+$ művelet előtt végezzük el;
2. a negáló felülvonások zárójelpárt is jelentenek, azokra a kifejezésekre nézve, amelyek felett vannak.

Példák

$$a + (bc) = a + bc$$

$$(ab) + c[(\bar{a}\bar{b}) + (\bar{a}b)] = ab + c(\bar{a}\bar{b} + \bar{a}b)$$

$$(\bar{a} + b) + c = \overline{a + b} + c = \bar{a} \cdot \bar{b} + c$$

Megoldott feladat

Bizonyítsuk be az $a \cdot (a + b) = a$ egyenlőséget.

$$\begin{aligned} a \cdot (a + b) &= a \cdot a + a \cdot b \quad \cdot \text{disztributivitása } +\text{-ra nézve} \\ &= a + a \cdot b \quad \cdot \text{művelet tulajdonsága} \\ &= a(1 + b) \quad \cdot \text{disztributivitása } +\text{-ra nézve} \\ &= a \cdot 1 \quad + \text{művelet tulajdonsága} \\ &= a \quad \cdot \text{művelet tulajdonsága} \end{aligned}$$

Feladat

24.* Igazolja a következő egyenlőségeket:

$$(a + \bar{b}) \cdot b = a \cdot b$$

$$(a + b) \cdot (a + \bar{b}) = a$$

$$a \cdot \bar{b} + b = a + b$$

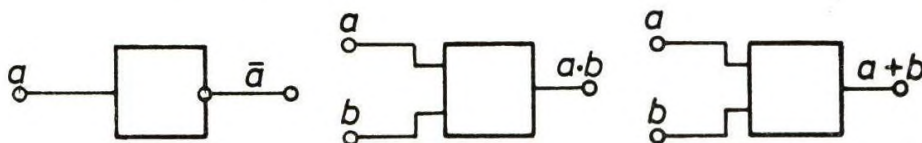
22.

Logikai blokkvázlat (logikai áramkörök)

Definíció

Egy függvény logikai blokkvázlata e függvény grafikus ábrázolása.

Az alapfüggvények logikai blokkvázlata¹⁹



Megjegyzések

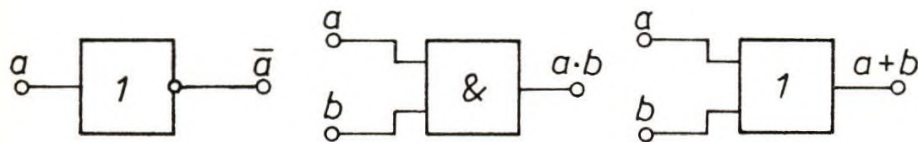
A blokkvázlatban szereplő négyszög egy logikai elemet ábrázol.

A logikai elem olyan eszköz, amely a bemenetére adott változókból kiindulva a jelzett függvényt megvalósítja, amely a kimenetén jelenik meg.

¹⁹ Az alapfüggvények esetében inkább rajzjelről beszélünk. (A fordító)

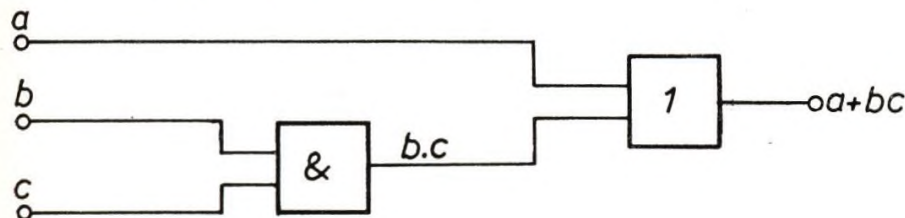
A negációt megvalósító logikai elem egybemenetű eszköz, a logikai szorzatot vagy a logikai összeget megvalósító logikai elemek kétbemenetű eszközök.

Az ítéletkalkulus és a bináris algebra között fennálló hasonlóság igazolja a logikai elemek következő jelölését, amelyet a logikai áramkörtervezők használnak:²⁰

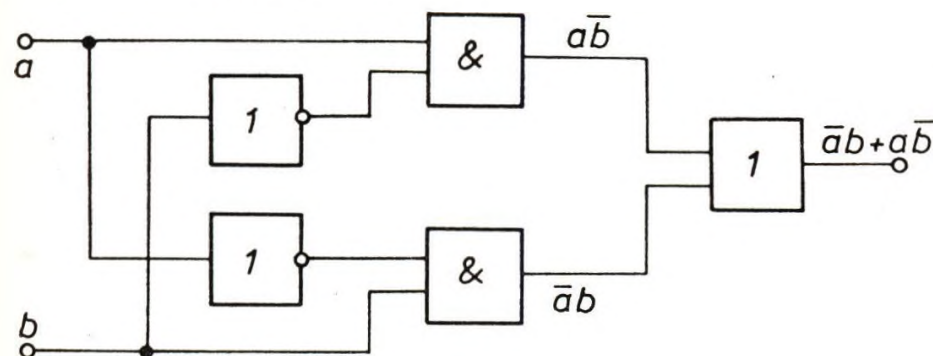


Példák

Az $a + bc$ függvény blokkvázlata:



Az $\bar{a}b + a\bar{b}$ függvény blokkvázlata:



Feladatok

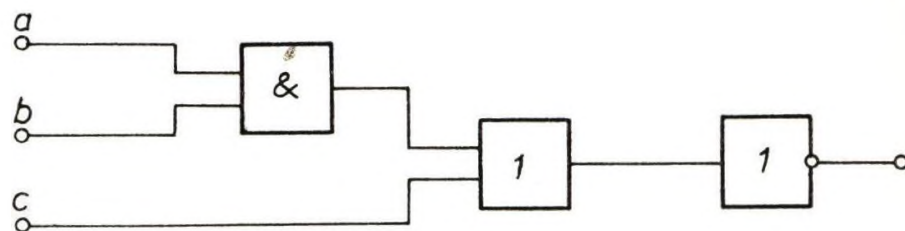
25. Rajzolja meg a következő függvények blokkvázlatát:

- | | |
|-----------------------------|-----------------------------|
| 1. $(a+b) \cdot c$ | 5. $\overline{a+b}$ |
| 2. $(a+b)(\bar{a}+\bar{b})$ | 6. $\bar{a} \cdot \bar{b}$ |
| 3. $(a+\bar{b})(\bar{a}+b)$ | 7. $\overline{a+b \cdot c}$ |
| 4. $(a+b) \cdot \bar{c}$ | 8. $\overline{a \cdot b}$ |

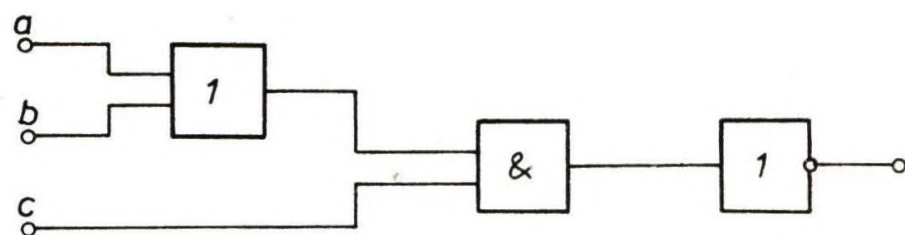
²⁰ Az eredeti könyvtől eltérően mi a továbbiakban a nemzetközi szabványokon alapuló magyar szabvány (MSZ 9200/33) rajzjeleit alkalmazzuk. Magyarázat a jelekhez: & a latin „ET” = ÉS rövidítése, 1 jelzi a VAGY operátort (amelynek igazságtáblázata alapján, l. a 36. oldalon, legalább egy igaz bemenetének kell lennie, hogy kimenete igaz legyen). A negációt a kis kör jelzi a kimeneten, az 1 itt azt jelzi, hogy negálásra éppen a bemeneti változó kerül. A bemeneteket mindig a bal oldalon, a kimeneteket mindig a jobb oldalon kell ábrázolni. (A fordító)

26. Egészítse ki az alábbi logikai blokkvázlatokat és a kapott függvényt esetleg egyszerűsítse:

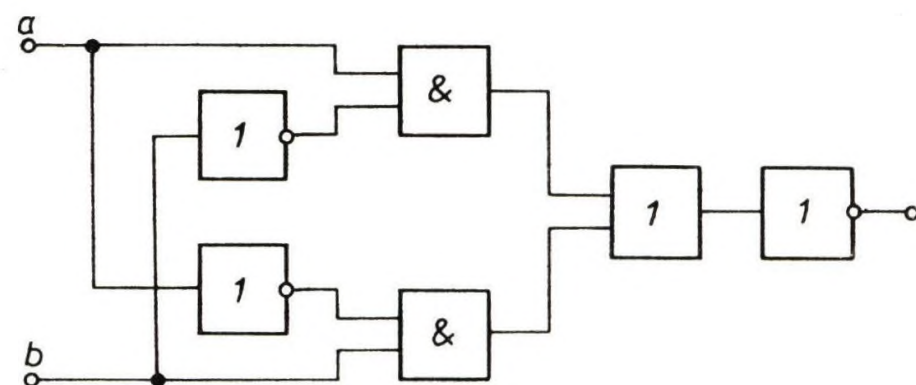
1.



2.



3.



Összefoglalás

Bináris kód

A bináris kód négy kifejezése

$\in$ — $\notin$ igen—nem igaz—hamis 1—0

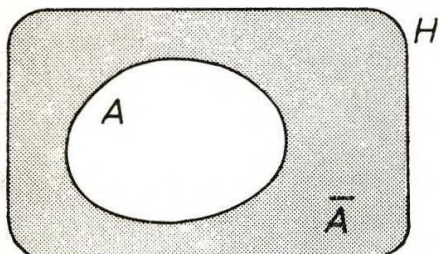
Eszközök:

- | |
|---|
| <ul style="list-style-type: none">• A fa-diagram• A lyukkártya |
|---|

Egy és ugyanazon struktúra három megjelenési formája

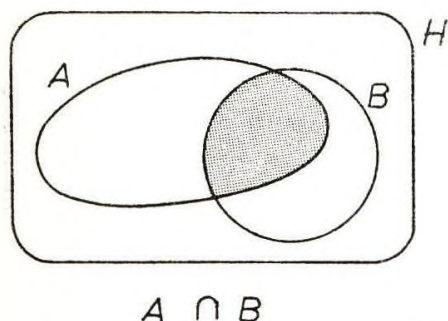
Halmazalgebra

Komplementképzés



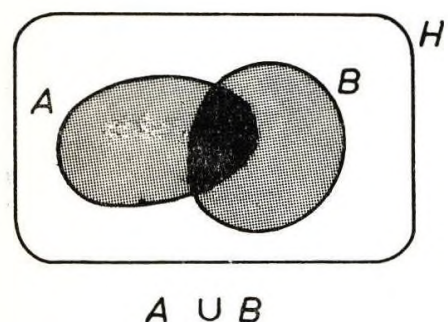
A	$\bar{A}$
1	0
0	1

Metszet



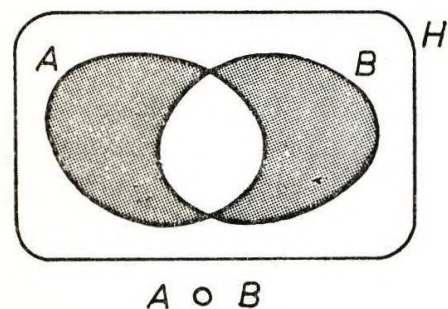
A	B	$A \cap B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Egyesítés



A	B	$A \cup B$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

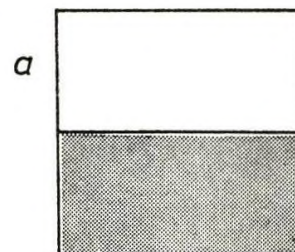
Szimmetrikus differencia



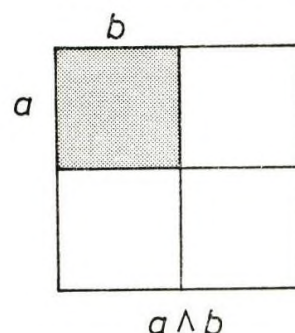
A	B	$A \oplus B$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Ítéletkalkulus

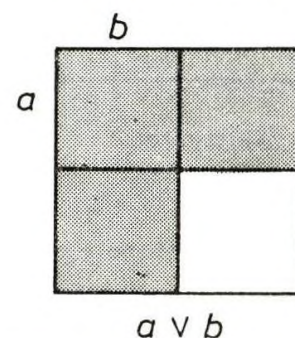
Negáció



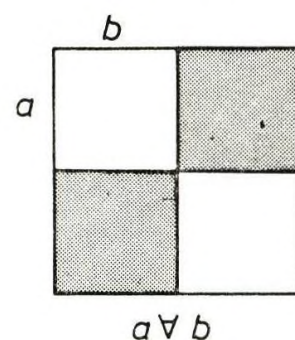
Konjunkció (ÉS)



Diszjunkció (VAGY)



Antivalencia

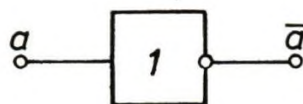


²¹ A kizáró vagy művelet rajzjelében levő 1 azt jelenti, hogy — az igazságtáblázat alapján — akkor igaz a kimenet, ha egy és csakis egy

Kapcsolásalgebra

Negáció

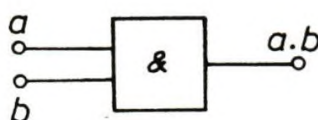
a	$\bar{a}$
1	0
0	1



a	$\bar{a}$
1	0
0	1

Logikai szorzat

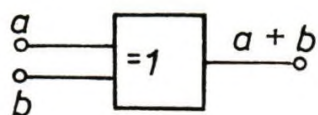
a	b	$a \wedge b$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0



a	b	$a \cdot b$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Logikai összeg

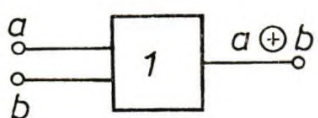
a	b	$a \vee b$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0



a	b	$a + b$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Kizáró vagy²¹

a	b	$a \nabla b$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0



a	b	$a \oplus b$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Elektromos áramkörök

Elektromos áramkörök

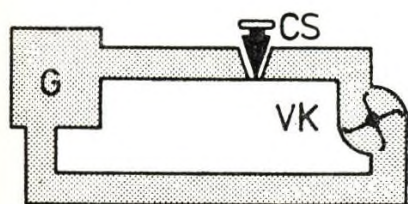
23.

Egy elektromos áramkör vizsgálata

Íme egy zárt vízvezeték

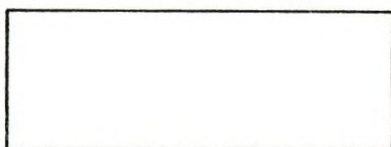


Vízáramlás létrehozásához a vezetékbe be kell iktatni egy **áramlásgenerátort** (pl. egy G-vel jelölt szivattyút).

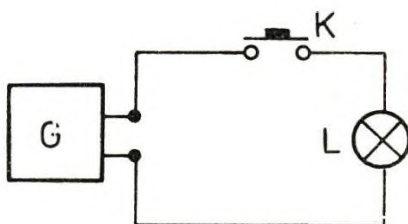


Iktassunk be a vízvezetékbe egy VK-val jelölt kis **víz-kereket**, amelynek forgása vagy mozdulatlansága jelzi majd azt, hogy van-e vagy nincs áramlás a vezetékben.

Íme egy zárt áramkör (pl. egy rézhuzal)



Elektromos áram létrehozásához az áramkörbe be kell iktatni egy **áramgenerátort** (pl. egy G-vel jelölt elemet).



Tegyünk ebbe az áramkörbe egy L-lel jelölt **lámpát**, amelynek világító vagy nem világító állapota jelzi majd azt, hogy az áramkörben folyik-e elektromos áram vagy nem.

Szereljük fel továbbá a vízvezetékre egy CS-vel jelölt **csapot**.

A csap **kétállapotú** eszköz: zárt vagy nyitott lehet.

A vízáramlás léte világosan összefügg a CS csap helyzetével.

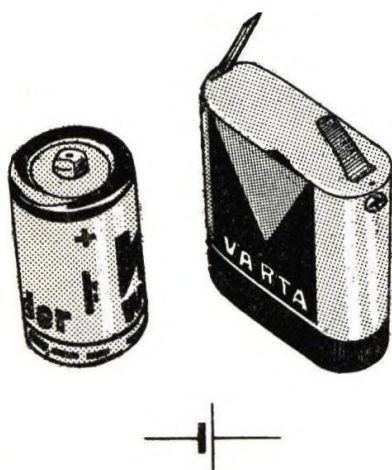
Szereljük fel továbbá az áramkörbe egy K-val jelölt **kapcsolót**.

A kapcsoló **kétállapotú** eszköz: zárhatja vagy megszakíthatja az érintkezést.

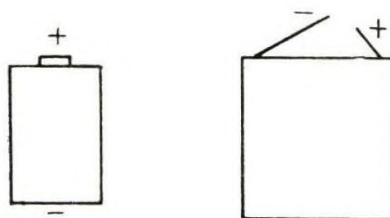
Az áram léte a generátorral ellátott áramkörben világosan összefügg a K kapcsoló helyzetével.

24.

Generátorok



Általában generátorként zseblámpa elemeket fogunk alkalmazni.



Minden generátornak két pólusa vagy csatlakozója van, amelyet megállapodásszerűen **+**-szal és **—**-szal jelölünk. Az áramkörökben (a generátor pólusait összekötő vezetékekben) az áram megállapodásszerűen a pozitív pólustól (**+**) a negatív pólus (**—**) felé folyik.

A generátor ábrázolása a vázlatokban

A generátort két vonallal jelöljük. A vékony, hosszú vonal a pozitív pólust, a rövid, vastag vonal a negatív pólust jelöli.

Így tehát az áramkör a következő lesz²²:



²² Így azonban — egyetlen vezetékkel — sohasem szabad összekötni egy generátor két pólusát (ez a rövidzárlat). Mindig be kell iktatni az áramkörbe egy „fogyasztót”, pl. egy lámpát. (A fordító)

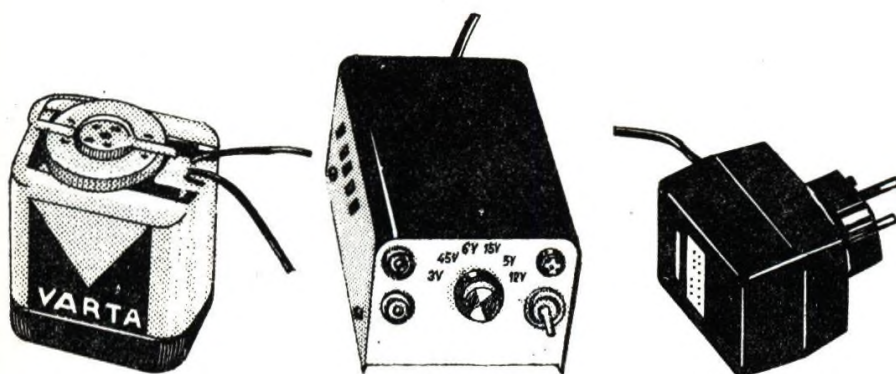
Megjegyzés

Minden általunk építendő logikai gépen a megkülönböztetés miatt:

— piros banánhüvelyt (az áramkör bemenete) használunk a generátor pozitív pólusához csatlakozó részhez és

— fekete banánhüvelyt (az áramkör kimenete) a generátor negatív pólusához csatlakozó részhez.

Így ezeket a logikai gépeket tetszőlegesen táplálhatjuk egyen-árammal egy elemkészletből vagy a hálózatról egy kisfeszültségű egyenáramú tápegység segítségével.



25.

Megállapodások az 1 és a 0 állapotra vonatkozóan

Minden kétállapotú eszközhöz hozzárendelünk megállapodászerűen egy 1 állapotot és egy 0 állapotot.

Ennek megfelelően minden kétállapotú eszköz felfogható bináris változóként, mely az 1 értéket avagy a 0 értéket veszi fel.

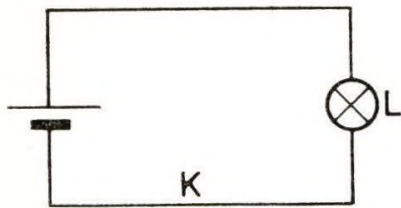
Az áramkörben folyhat vagy nem folyhat áram. Tehát egy áramkör állapota egy bináris változó.

Állapodjunk meg abban, hogy az áramkör „1 állapotának” azt az állapotot nevezzük, amikor áram folyik benne. Az áramkör „0 állapota” nyilvánvalóan az az állapota lesz, amikor nem folyik benne áram.

Egy lámpa világíthat vagy nem világíthat. Tehát egy lámpa állapota egy bináris változó. Állapodjunk meg abban, hogy a lámpa „1 állapotának” nevezzük azt az állapotát, amikor a lámpa világít. A lámpa „0 állapota” nyilvánvalóan az az állapot lesz, amikor nem világít.

26.

Áramkörök és lámpák



Legyen egy L lámpával ellátott K áramkör. A K és L állapotai-
nak (k és l) táblázata:

k	l
1	1
0	0

$$k = l$$

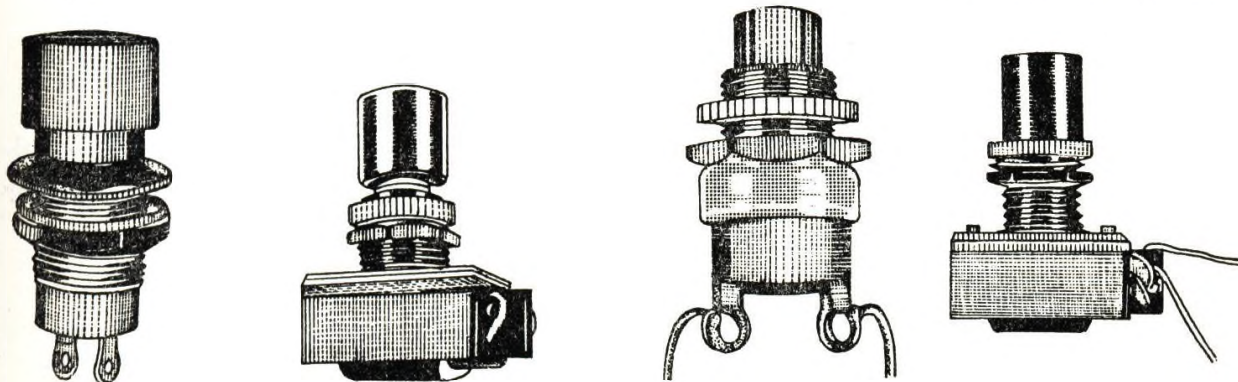
Következtetés

Egy áramkör állapota megegyezik (egyenlő) bármely, az
áramkörbe beiktatott lámpa állapotával.

Pillanatkapcsolók

27.

Pillanatkapcsolók



Különböző kivitelű pillanatkapcsolók léteznek, amelyek alapvetően két típusba sorolhatók: a munkaérintkezős (normál, vagyis záró) pillanatkapcsolók és a nyugalmi érintkezős (az előbbinek a fordítottja, tehát megszakító) pillanatkapcsolók. Általában pillanatkapcsolóként nyomógombot fogunk alkalmazni²³.

Egy nyomógomb lehet „munkaállapotban” (benyomva) avagy „nyugalmi állapotban”.

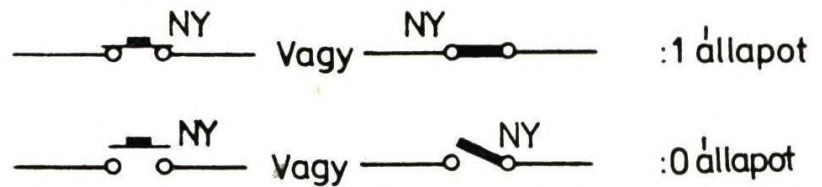
Tehát egy nyomógomb állapota bináris változó. Állapodjunk meg abban, hogy egy nyomógomb „1 állapotának” a munkaállapotát nevezzük, „0 állapotának” a nyugalmi állapotát.

Normál nyomógomb

Egy normál nyomógomb akkor hozza létre az érintkezést, amikor munkaállapotban van, és akkor szünteti meg, amikor nyugalmi állapotban van.

²³ A továbbiakban a szövegben is a pillanatkapcsoló helyett nyomógombot fogunk írni. (A fordító)

Ábrázolás



Összefoglalva



Megszakító nyomógomb

A megszakító nyomógomb akkor hoz létre érintkezést, amikor nyugalmi állapotban van²⁴, és akkor szünteti meg, amikor munkaállapotban van.

Ábrázolás



Megállapodás

Minden elektromos áramkör szerelési vázlatán a kétállapotú eszközök mozgó érintkezőit megállapodás szerint minden esetben 0 helyzetben ábrázoljuk.

A megszakító (nyitó) nyomógomb esetében viszont a mozgó érintkezőt 1 helyzetében ábrázoljuk²⁵.

²⁴ Vagyis megszakítja az áramkört. (A fordító)

²⁵ Szokásosabb a megszakító nyomógombnál is az első megállapodást tartani. (A fordító)

Vizsgáljunk egy G generátorból, egy NY nyomógombból és egy L lámpából álló áramkört. L állapota (I) NY állapotától (ny) függ.

Állapotok táblázata

ny	I
0	0
1	1

$I = ny$

I és ny két, egyenlőnek nevezett változó

Ha az áramkörben megszakító nyomógomb van, L állapota (I) újra NY állapotától (ny) függ.

Állapotok táblázata

ny	I
0	1
1	0

$I = \overline{ny}$

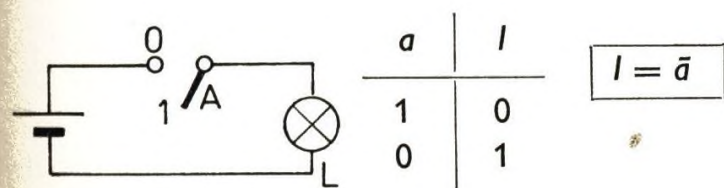
I és ny két, komplementernek nevezett változó

Rövidítés

Állapodjunk meg abban, hogy ezentúl az „ I lámpaállapot az ny nyomógombállapotnak a függvénye” kijelentést az „ I lámpa az ny nyomógombnak függvénye” kijelentéssel helyettesítjük.

Két, az előbbieken ismertetett típusú nyomógombbal (A és B, amelyek állapotát a -val és b -vel jelöljük) építhetünk olyan áramköröket, amelyek az alapfüggvényeket megvalósítják.

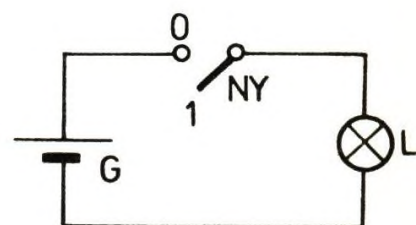
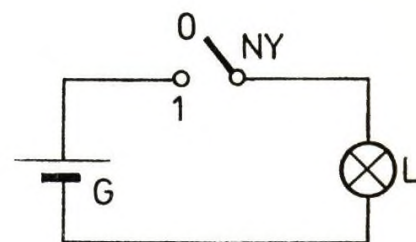
NEM a áramkör (a negálása)



(egy megszakító nyomógombot alkalmazunk)

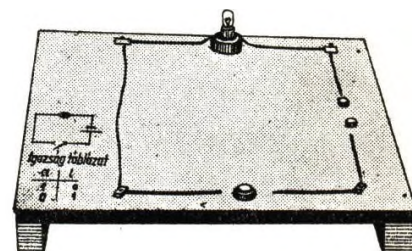
28.

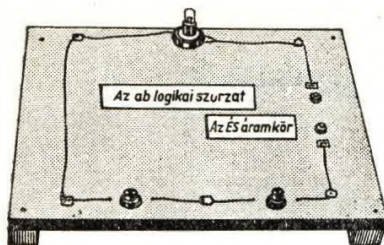
Függvények



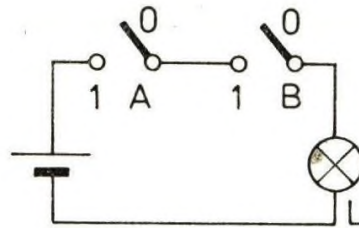
29.

Alapfüggvények



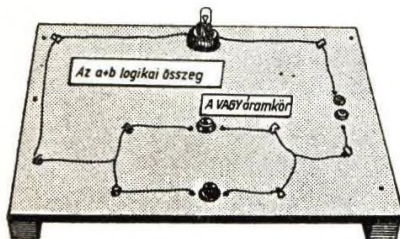


ÉS áramkör

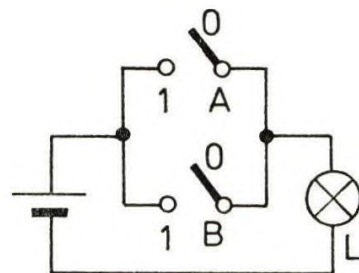


a	b	I
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

$$I = a \cdot b$$



VAGY áramkör



a	b	I
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

$$I = a + b$$

Feladatok

27. Építsen generátort, nyomógombok és egy lámpa segítségével egy áramkört, amely a következő logikai függvényeket valósítja meg (függvényenként egy áramkört):

$$\overline{a+b}$$

$$\overline{a \cdot b}$$

28. Rajzolja fel a következő logikai függvények mindegyikét megvalósító áramkörök vázlatát:

1. $a + bc$

4. $(\overline{a+b})c$

7. $a + b + c$

2. $(a+b)c$

5. abc

8. $a + b + \overline{c}$

3. $(a+b)\overline{c}$

6. $ab\overline{c}$

9. $\overline{ab} + c$

29. Építse meg a 28. feladat áramköreit!

Megjegyzés

Minden olyan esetben, amikor egy függvényt megvalósító áramkör elkészült, ellenőrizni kell működését a függvényben szereplő bináris változók értékének minden kombinációjára.

Példa

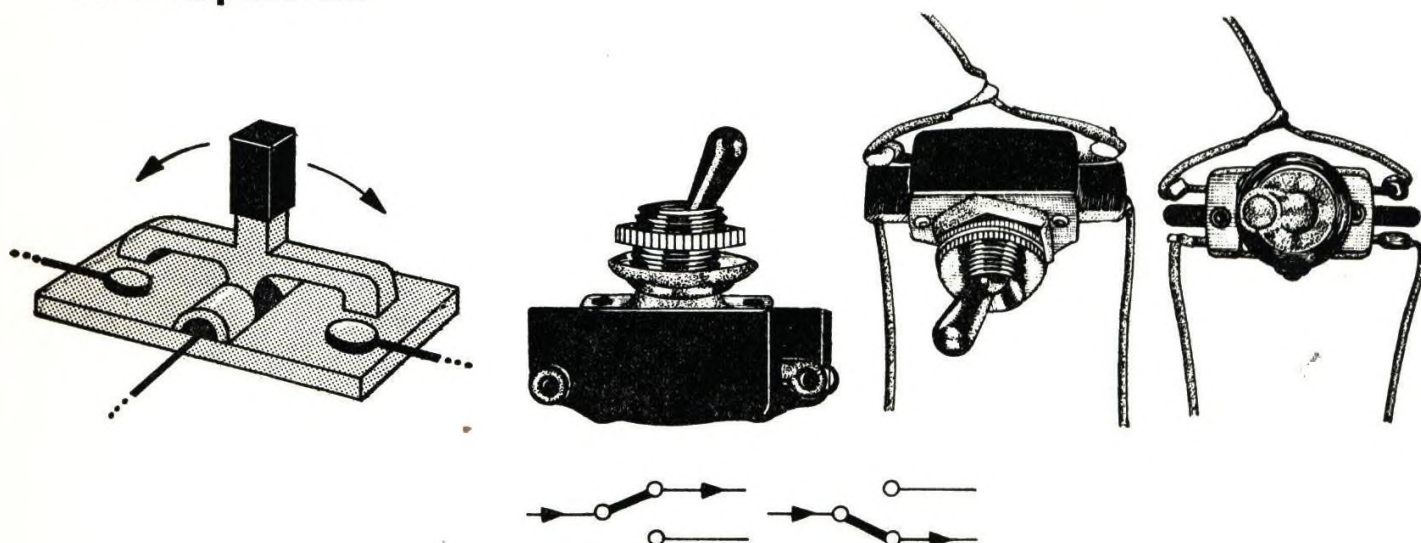
Az $a+bc$ -t megvalósító áramkör megépítése után nyolc ellenőrzést kell elvégezni:

a	b	c	$a+bc$	
1	1	1	1	
1	1	0	1	ebben az 5 esetben a lámpának ki kell gyulladnia
1	0	1	1	
1	0	0	1	
0	1	1	1	
0	1	0	0	
0	0	1	0	e 3 kombináció esetében a lámpának ki kell aludnia
0	0	0	0	

Váltókapcsolók

30.

Egyáramkörös váltókapcsolók



Az egyáramkörös váltókapcsolónak (röviden váltókapcsoló) egy bemeneti, és két kimeneti kapcsa van. Egy mozgó lemez a bemeneti kapcsot vagy az egyik, vagy a másik kimeneti kapoccsal köti össze.

A váltókapcsoló tehát választhatóan tud két különböző áramkört táplálni, de egyidejűleg mindig csak az egyiket, a másikat kizárva. A váltókapcsoló szintén egy kétállapotú eszköz.

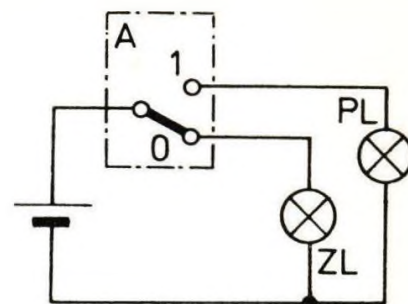
Íme egy A-val jelölt egyáramkörös váltókapcsolóval felszerelt áramkör vázlata.

Jelöljük 1-gyel az egyik és 0-val a másik kimeneti kapcsot. „1 állapotnak” nevezzük a váltókapcsoló azon állapotát, amikor a mozgó lemez a bemeneti kapcsot az 1-gyel jelölt kimeneti kapoccsal köti össze. A „0 állapot” természetesen a másik helyzetet jelöli.

Ha ebbe az áramkörbe egy ZL zöld lámpát (melynek állapotát z-vel jelöljük), és egy PL piros lámpát (melynek állapotát

p -vel jelöljük) kötünk be a szöveg melletti ábra szerint, a következő állapottáblázatot kapjuk:

a	p	z
1	1	0
0	0	1



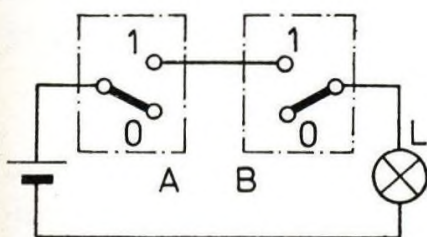
Megjegyzés

A p és a z állapotnak megfelelő áramkörök komplementerek. Rendre a következő függvényeket valósítják meg:

$$p = a \quad \text{és} \quad z = \bar{a}$$

Feladatok

30. Tekintsük az alábbi áramkört, amely két, A-val és B-vel jelölt váltókapcsolót (melyek állapotát a -val és b -vel jelöljük) tartalmaz:



Állapítsuk meg, hogy ez az áramkör a , $\bar{a}$, b vagy $\bar{b}$ valamely ÉS függvényét valósítja-e meg?

Hány különböző ÉS függvényt lehet a fenti áramkörrel megvalósítani, ha a váltókapcsolók kimeneti kapcsait másképpen kötjük össze?

Írja fel ezeket és mindegyikhez rajzoljon egy vázlatot (négy különböző rajzot kapunk)!

31. Tekintsünk egy áramkört, amely két, A-val és B-vel jelölt váltókapcsolót (melyek állapotát a -val és b -vel jelöljük) tartalmaz. Rajzolja fel az áramkörnek egy olyan vázlatát, amely a kizáró VAGY függvényt valósítja meg:

$$a \oplus b = a\bar{b} + \bar{a}b.$$

Megjegyzés:

a	b	$a \oplus b$
0	0	0
0	1	1
1	1	0
1	0	1

Bármelyik váltókapcsoló átváltása megváltoztatja a kizáró VAGY áramkör állapotát.

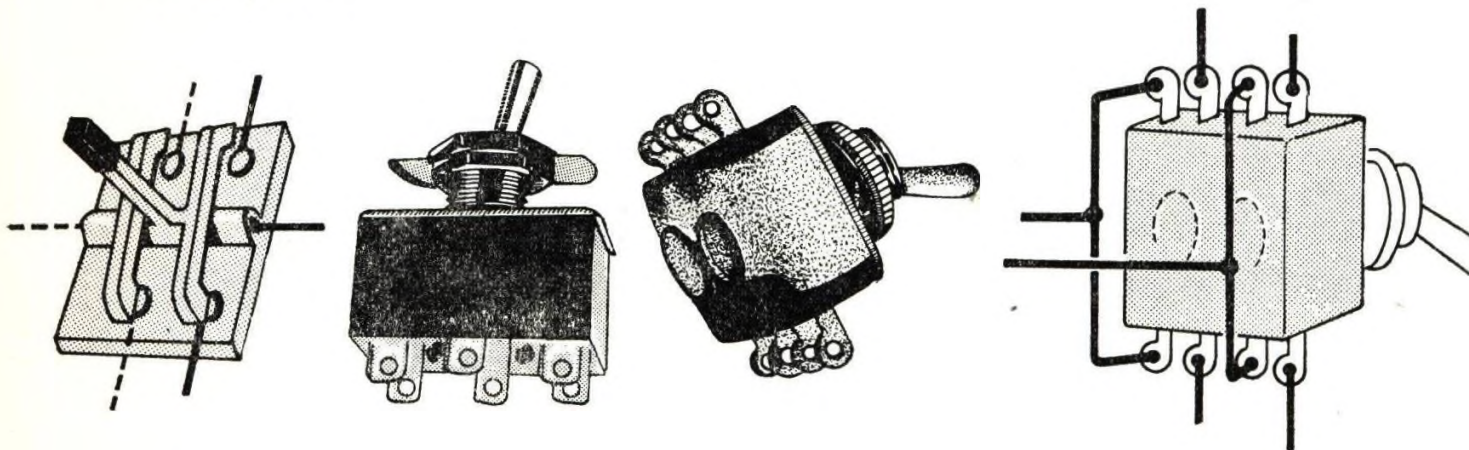
32. Tekintsünk egy áramkört, amely két, A-val és B-vel jelölt váltókapcsolót tartalmaz. Rajzolja fel az áramkörnek egy olyan vázlatát, amely az A és B állapotának azonosságát, vagyis az $a = b$ függvényt valósítja meg!

a	b	$a = b$
0	0	1
0	1	0
1	1	1
1	0	0

A 31. feladat megjegyzése az áramkör értékének megváltozására vonatkozóan erre az áramkörre is érvényes.

31.

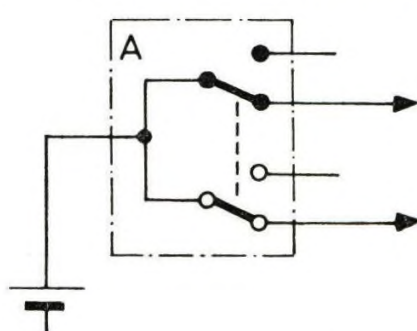
Kétáramkörös váltókapcsolók



A kétáramkörös váltókapcsoló olyan kétállapotú eszköz, amelynek két bemeneti kapcsa (egyiket befeketített, a másikat üres kis körrel jelöljük), és négy kimeneti kapcsa (két feketített, két üres kör) van.

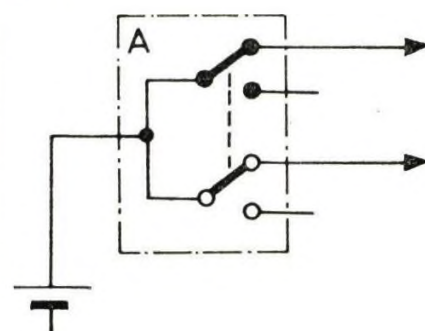
Két mozgó lemez, amely ugyanazon vezérlőbillentyű hatására együttesen mozdul el, köti össze a bemeneti kapcsokat a kimeneti kapcsokkal.

A kétáramkörös váltókapcsoló tehát:



vagy ebben a helyzetben van, amelyet „1 állapotnak” nevezünk.

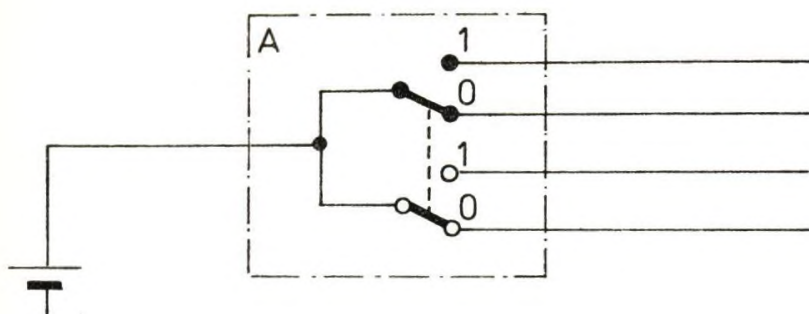
($a = 1$)



vagy ebben a helyzetben van, amelyet „0 állapotnak” nevezünk.

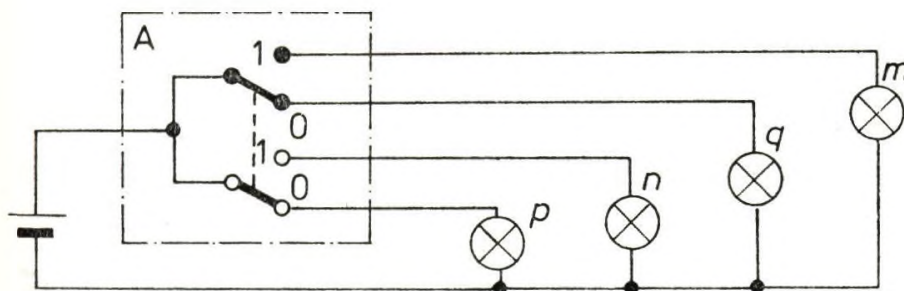
($a = 0$)

A két lehetőséget egyetlen vázlatban foglaljuk össze az 1 és 0 jelölések segítségével:



Megjegyzés

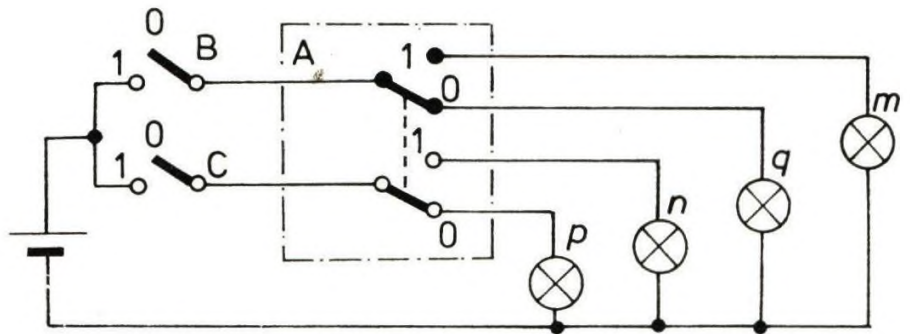
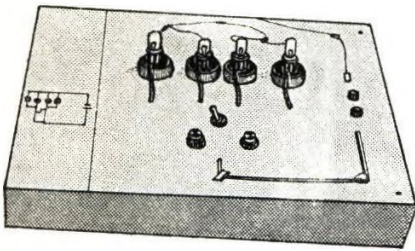
Egy kétáramkörös váltókapcsoló tehát lehetővé teszi, hogy mindegyik helyzetéhez két független áramkört (egy, a feketített kis körhöz tartozó „fekete” és egy, az üres kis körhöz tartozó „fehér” áramkört) lehessen építeni, amelyek ugyanazon változó függvényei. Íme egy A-val jelölt kétállapotú váltókapcsolóval ellátott áramkör vázlata (az A kapcsoló állapotát a -val az m , n , p és q -val pedig sorra a lehetséges állapotokat jelöljük).



Állapottáblázat:

a	m	n	p	q
1	1	1	0	0
0	0	0	1	1

Tegyük ebbe az áramkörbe további két normál nyomógombot (B-t és C-t, amelyek állapota *b* és *c*) úgy, hogy meg lehessen különböztetni a kétáramkörös váltókapcsoló bemeneteit.



Állapottáblázat

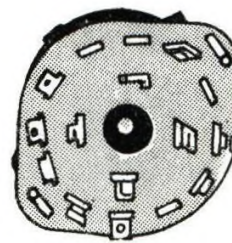
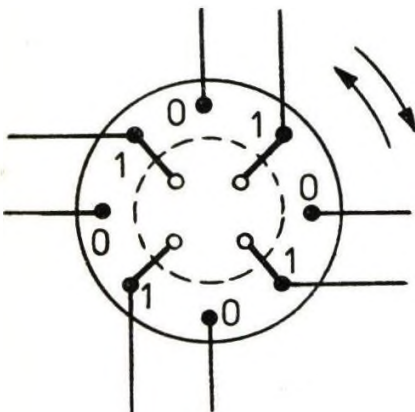
<i>b</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>m</i>	<i>n</i>	<i>p</i>	<i>q</i>
1	1	1	1	1	0	0
1	1	0	0	0	1	1
1	0	1	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0	1
0	1	1	0	1	0	0
0	1	0	0	0	1	0
0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0

32.

Többáramkörös váltókapcsolók

A kereskedelemben kaphatók olyan kézi működtetésű eszközök is, amelyekkel kettőnél több függvényváltás is megvalósítható.

Íme pl. egy négyáramkörös váltókapcsoló²⁶:



²⁶ Pontosabban egy „kétállású, négyáramkörös forgó kapcsoló”. (A fordító)

Alapgépek építése

33.

**Kizáró VAGY,
egyenlőség,
komplementeritás**

Mielőtt nekikezdenénk egy logikai gép építésének, le kell rajzolnunk a kapcsolási vázlatát, majd ellenőriznünk kell azon bináris változók minden kombinációjára, amelynek függvényét meg akarjuk vele valósítani

ezzel megállapíthatók a tervezési hibák.

Megépítése után a gépet is ellenőrizni kell azon bináris változók minden kombinációjára, amelynek függvényét meg akarjuk vele valósítani

ezzel megállapíthatók az építési hibák.

Ezeket az ellenőrzéseket minden esetben el kell végezni.

Feladatok

33. Építsen két egyáramkörös váltókapcsoló és egy lámpa segítségével egy logikai gépet, amely az a és b bináris változók kizáró VAGY kapcsolattát valósítja meg.

Megjegyzés

A 33. feladat gépének logikai struktúrája megegyezik egy zsilipével. Igazolja ezt az állítást!

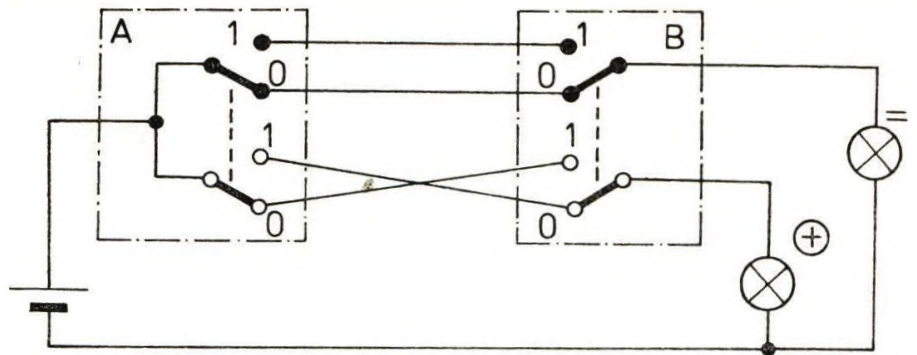
34. Építsen két egyáramkörös váltókapcsoló és egy lámpa segítségével egy gépet, amely az a és b bináris változók egyenlőségét valósítja meg.

Megjegyzés

A 33. és 34. feladatbeli gépek lehetővé teszik, hogy bizonyos helyiségekben „kettős kapcsolást” hozzon létre a villanszerelő, pl. lépcsőház, hálósoba stb.

35. Építsen két kétáramkörös váltókapcsoló és két lámpa segítségével egy gépet, amely a kizáró VAGY és az egyenlőség komplementis voltát kimutatja (nézze át újra a 31. és 32. feladatot).

Íme a gép vázlata:

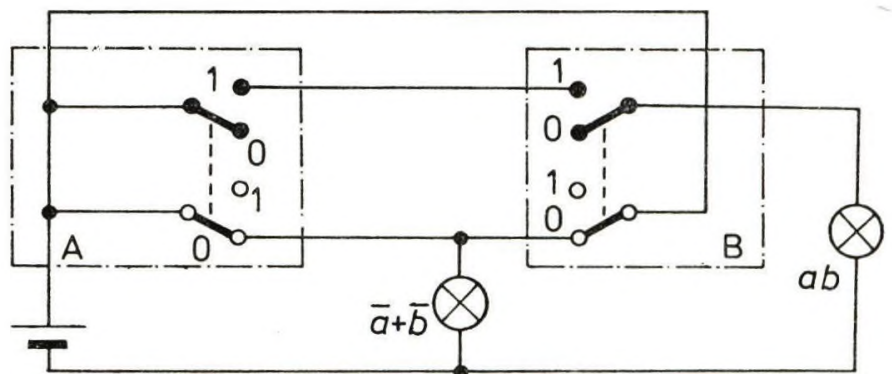


Igazolás: a $\oplus$ -szal és az $=$ -gel jelölt lámpák semmilyen esetben nem éghetnek, ill. nem aludhatnak ki egyidejűleg.

36. Építsen két kétáramkörös váltókapcsoló és két lámpa segítségével egy gépet, amely igazolja De Morgan következő szabályát:

$$\overline{ab} = \bar{a} + \bar{b}.$$

Íme a gép vázlata:



Ellenőrizze a gépet megépítése után. Az ab -vel és az $\bar{a} + \bar{b}$ -sal jelölt lámpák nem éghetnek, ill. nem aludhatnak ki egyidejűleg.

37. Építsen két kétáramkörös váltókapcsoló és két lámpa segítségével egy gépet, amely igazolja De Morgan következő szabályát:

$$\overline{a+b} = \bar{a} \cdot \bar{b}$$

34.

Binárisan osztályozó (dichotomiás) gépek

A binárisan osztályozó gépek áramkörei a „fák” konkrét megvalósításai²⁷. Mindegyikük a hivatkozási halmaz részhalmazain végez műveletet.

²⁷ Ezért e gépeket fa-áramköröknek is szokták nevezni. (A fordító)

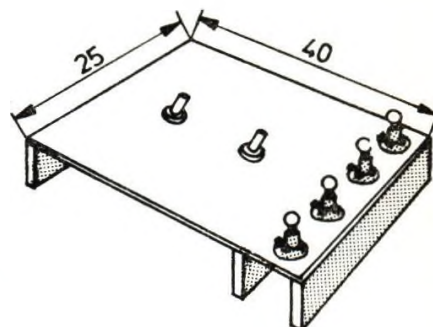
Paralelogrammákat osztályozó gépek

A H halmaz a paralelogrammák összessége

Legyenek a következő feltételek H halmazon:

α x átlói azonos hosszúságúak

β x átlói merőlegesek egymásra.



Anyagszükséglet

Egy egyáramkörös váltókapcsoló, egy kétáramkörös váltókapcsoló, négy lámpa, egy vezérlőpanel (25 × 40 cm).

Módszer

Rendeljük az α feltételhez az A jelű egyáramkörös kapcsolót (melynek állapotát a -val jelöljük), és a β feltételhez a B jelű kétáramkörös kapcsolót (melynek állapotát b -vel jelöljük).

$a = 1 \Leftrightarrow x$ átlói azonos hosszúságúak

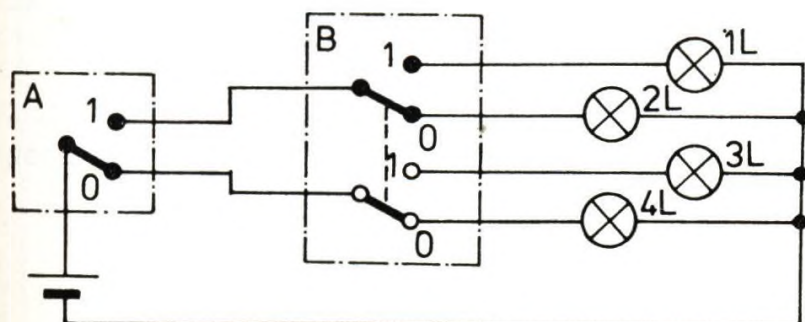
$a = 0 \Leftrightarrow x$ átlói különböző hosszúságúak

$b = 1 \Leftrightarrow x$ átlói merőlegesen egymásra

$b = 0 \Leftrightarrow x$ átlói nem merőlegesen egymásra

Kapcsolási vázlat

Íme egy olyan bináris osztályozó gép áramköri vázlata, amely megmutatja azt az osztályt, amelybe a vizsgált paralelogramma tartozik:

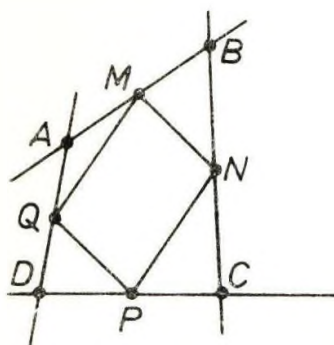


Az 1L lámpa a derékszögű egyenlő oldalú paralelogrammák, azaz a négyzetek osztályát képviseli.

A 2L lámpa a derékszögű nem egyenlő oldalú paralelogrammák, azaz a téglalapok osztályát képviseli.

A 3L lámpa a nem derékszögű egyenlő oldalú paralelogrammák, azaz a rombuszok osztályát képviseli.

A 4L lámpa a nem derékszögű, nem egyenlő oldalú paralelogrammák, azaz a romboidok osztályát képviseli.



Feladatok

38. Építse meg az előbb leírt gép egy változatát!

39. Építsen egy egyáramkörös váltókapcsoló, egy kétáramkörös váltókapcsoló és négy lámpa segítségével egy gépet, amely a paralelogrammákat a következő feltételek szerint osztályozza:

$\alpha \times$ két egymás melletti oldala azonos hosszúságú

$\beta \times$ két egymás melletti oldala merőleges egymásra.

Ismeretek felfrissítése

Bármely A, B, C, D négyszög esetén az oldalakat felező M, N, P, Q pontok egy paralelogramma csúcsai.

Feladatok

40. A H halmaz a négyszögek halmaza. Legyenek a következő feltételek H -n:

$\alpha \times$ átlói azonos hosszúságúak

$\beta \times$ átlói merőlegesek egymásra.

Építsen meg a **39.** feladatban alkalmazott eszközökkel egy olyan gépet, amely H halmaz valamely négyszögének oldalfelező pontjai összekötésével kapott paralelogrammák osztályait definiálja.

41. Építsen meg a **39.** feladatban alkalmazott eszközökkel egy olyan gépet, amely H halmaz valamely négyszögének oldalfelező pontjainak összekötésével kapott paralelogrammák osztályait definiálja.

A feltételek a H halmazon a következők:

$\alpha \times$ két egymás melletti oldala azonos hosszúságú

$\beta \times$ két egymás melletti oldala merőleges egymásra

42. Hasonlítsa össze a **38.** és **39.** gépekkel végzett osztályozásokat a **40.** és **41.** gépekkel végzettekével!

Az $ax + b = 0$ egyenlet diszkussziója a valós számok körében.
A H halmaz az $ax + b = 0$ egyenletek halmaza a valós számok körében.

$$\text{Ekkor} \quad \begin{cases} a = 0 \\ \text{vagy} \\ a \neq 0 \end{cases} \quad \text{és} \quad \begin{cases} b = 0 \\ \text{vagy} \\ b \neq 0 \end{cases}$$

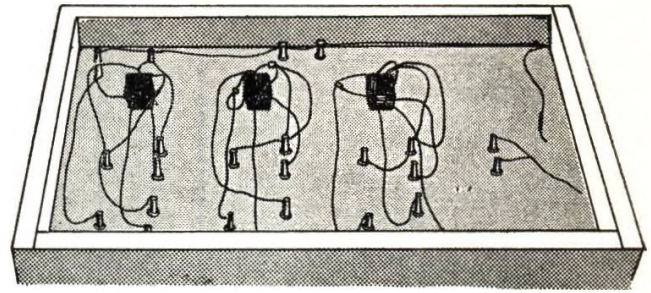
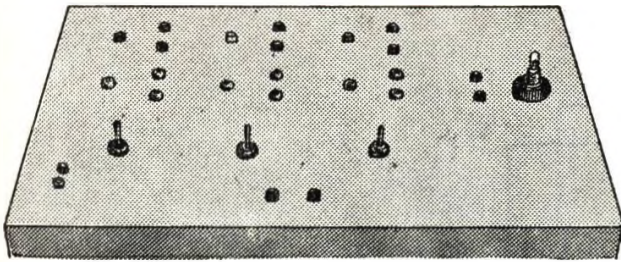
Az a bináris változót egy egyáramkörös váltókapcsolóval és a b bináris változót egy kétáramkörös váltókapcsolóval valósítjuk meg.

Feladat

43. Építsen egy fa-áramkört, amely jellemzi $ax + b = 0$ megoldásainak a tekintetbe vett esetekhez kapcsolódó halmazait.

35.

Az OMEGA gép

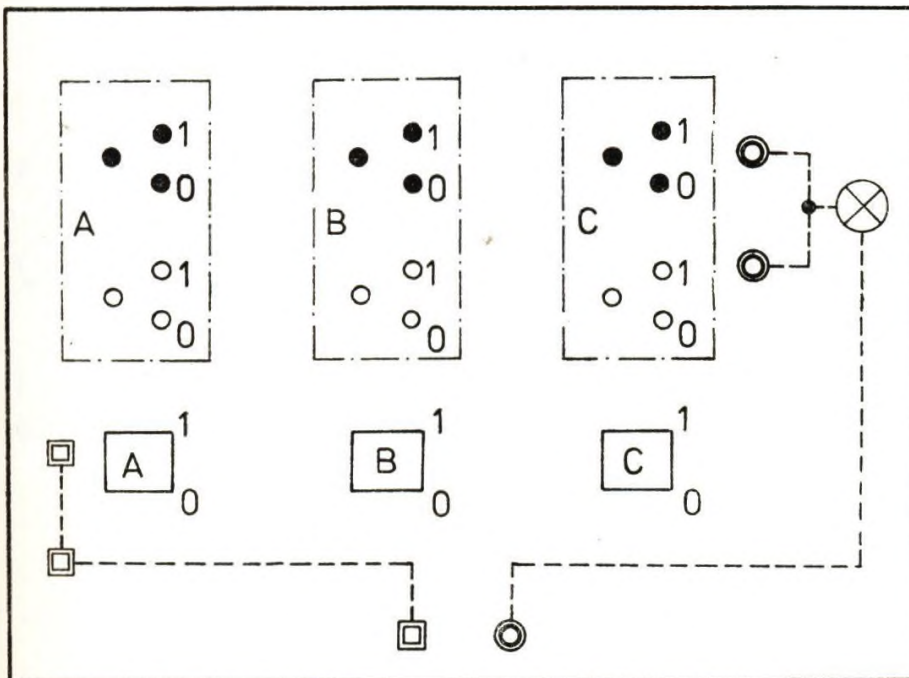


Az OMEGA gép lehetővé fogja tenni számunkra olyan áramkörök megvalósítását, amelyek három bináris változó függvényei.

Anyagszükséglet

Három kétáramkörös váltókapcsoló, egy lámpa, kilenc zöld banánhüvely, kilenc fehér banánhüvely, három piros banánhüvely, egy vezérlőpanel (25×30 cm), egy sor mindkét végén banándugóval ellátott vezeték.

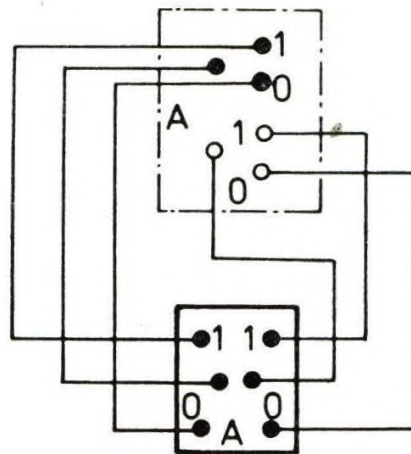
Elrendezés



- Zöld banánhüvelyek
- Fehér banánhüvelyek
- ◻ Piros banánhüvelyek
- ◎ Fekete banánhüvelyek

Szerelési vázlat

egy kapcsolóról és a hozzá tartozó banánhüvelyekről:



Feladatok

44.* Építse meg az OMEGA gép egy változatát.

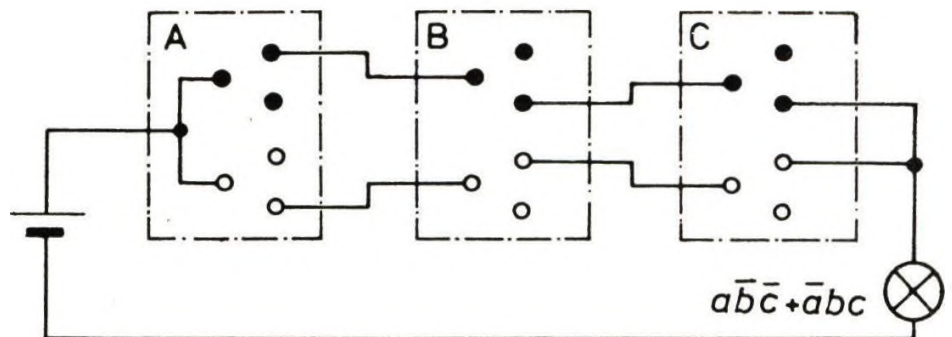
Megoldott feladat

Legyen az OMEGÁ-n felépítendő áramkör az

$$\overline{a}b\overline{c} + \overline{a}bc$$

függvény megvalósítása.

Az áramkör vázlata:



Feladat

45.* Építse fel az OMEGÁ-n a következő függvényeket megvalósító áramköröket:

1. $\overline{a}\overline{b}\overline{c}$

2. $\overline{a}b\overline{c}$

3. $\overline{a}bc$

4. $\overline{a}c$

5. $(\overline{a}b + \overline{a}b)\overline{c}$

6. $(\overline{a}b + \overline{a}b)c$

7. $\overline{a}b\overline{c} + \overline{a}bc$

8. $\overline{a}\overline{c}$

9. $\overline{a}b + \overline{a}bc$

10. $\overline{a}b\overline{c} + \overline{a}bc$

11. $\overline{a}b\overline{c} + \overline{a}(b\overline{c} + bc)$

12. $\overline{a}b\overline{c} + \overline{a}bc + \overline{a}bc$

13. $(\overline{a} + b)\overline{c}$

14. $\overline{a}b\overline{c} + \overline{a}b\overline{c} + \overline{a}bc$

15. $\overline{a}(b\overline{c} + bc) + \overline{a}bc$

16. $(\overline{a}b + \overline{a}b)c + \overline{a}bc$

17. $\overline{a}b + \overline{a}bc$

18. $b(\overline{c} + \overline{a}c)$

19. $\overline{a}b + c(\overline{a}b + \overline{a}b)$

20. $\overline{a}c + bc + \overline{a}bc$

21. $\overline{c}(\overline{a} + b)$

22. $\overline{a}(b\overline{c} + bc) + \overline{a}(b\overline{c} + bc)$

23. $(\overline{a} + b)c + \overline{a}b\overline{c}$

Diódák

Íme egy dióda rajzjele: 

A dióda aszimmetrikus eszköz. A jelölt nyíl irányában táplálva, szinte semmilyen ellenállást nem fejt ki az áramáthaladás útjában, vagyis jó vezető.

A másik irányban táplálva úgyszólván teljes ellenállást fejt ki az áram áthaladásával szemben.

Tehát a dióda:

- első esetben egy zárt kapcsolóhoz,
- második esetben egy nyitott kapcsolóhoz hasonlítható.

Íme a két diódával ellátott áramkör vázlata, amely e tulajdonságot illusztrálja:

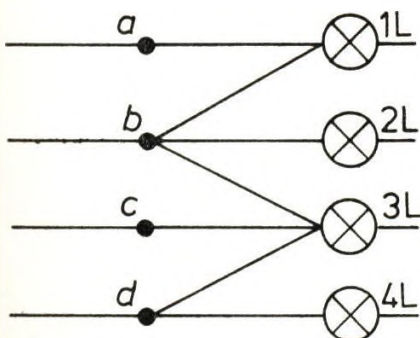
A ZL zöld lámpa ég, a PL piros lámpa nem ég.

A ZL zöld lámpa kialszik és a PL piros lámpa felgyullad, amikor a generátor kapcsait felcseréljük.

Feladat

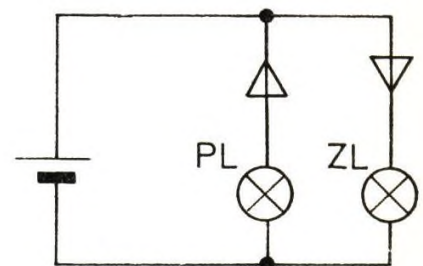
46. Építse meg az előbbi áramkör egy változatát!

Íme egy áramkör vázlatának egy része. Az *a*, *b*, *c*, *d* kapcsok az 1L, 2L, 3L, 4L lámpákat táplálják.



36.

Diódák



37.

A diódák beiktatása egy áramkörbe

A következő működést kívánjuk elérni:

feszültség alatti kapocs	égő lámpa
<i>a</i>	1L
<i>b</i>	1L, 2L és 3L
<i>c</i>	3L
<i>d</i>	3L és 4L

Ha azonban az áramkörben nincsen egyetlen egy dióda sem, mind a négy lámpa fel fog gyulladni, ha akármelyik — akár egyetlen — kapcsot helyezünk is feszültség alá.

Kérdés

Hová iktassunk be — a lehető legkevesebb — diódát az áramkörbe, hogy a kívánt működést elérjük?

Válasz

— Azt a kapcsot, amelyből több vezeték indul, többszörösen táplálónak nevezzük.

— Azt a lámpát, amelybe több vezeték fut be, többszörösen tápláltnak nevezzük.

Könnyen ellenőrizhetjük, hogy

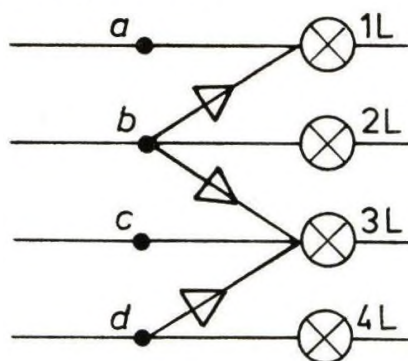
— minden olyan vezetéket, amely egy többszörösen tápláló kapcsot egy többszörösen táplált lámpával köt össze, el kell látni egy diódával,

— minden más vezetéket nem kell diódával ellátni.

Megjegyzés

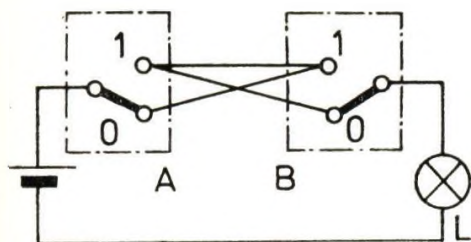
E szabály általános érvényű.

Az új vázlat:



Feladat

47.* Tekintsünk egy áramkört, amely két, A-val és B-vel jelölt váltókapcsolót (melynek állapotát a -val és b -vel jelöljük) tartalmaz az alábbi vázlat szerint:



Iktasson be ebbe az áramkörbe egy diódát úgy, hogy a , $\bar{a}$, b vagy $\bar{b}$ VAGY függvényét valósítsa meg. Írja fel e függvényt!

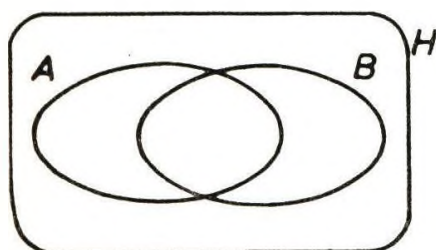
Hány különböző VAGY függvényt lehet előállítani a fenti áramkörrel, ha másképp kötjük össze a váltókapcsolók kapcsait?

Írja fel őket és mindegyik függvényhez rajzoljon egy vázlatot (négy különböző rajz lehetséges).

Számológépek

38.

Halmazalgebrában számoló gépek

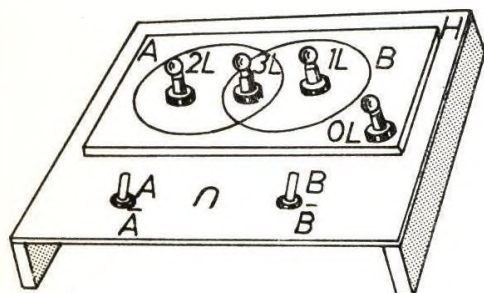


Legyen egy H halmaz; $A \subset H$ és $B \subset H$

Megoldott feladat

Építsen egy olyan gépet, amely kiszámítja a következő metszeteket a H halmazon:

$$A \cap B; \quad \bar{A} \cap B; \quad A \cap \bar{B}; \quad \bar{A} \cap \bar{B}$$



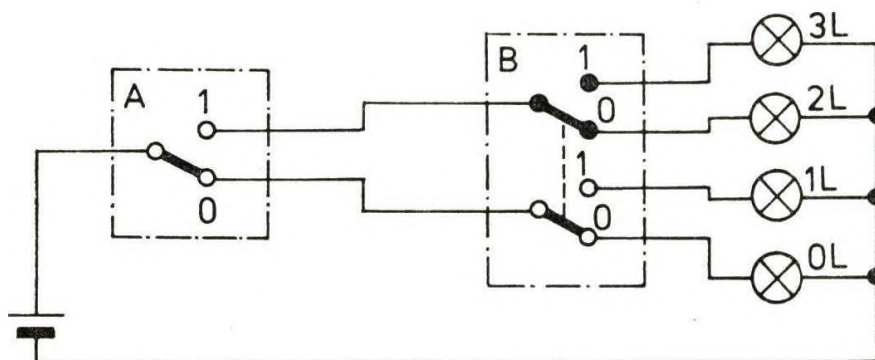
Kivitel

Felrajzoljuk H -t, A -t és B -t a vezérlőpanelre (25×30 cm).

Mind a négy mezőbe egy-egy lámpát helyezünk el.

Az a és b váltókapcsolókat az ábra szerint helyezzük el.

Íme e gép áramkörének egy vázlata:



Feladatok

48.* Építsen egy egyáramkörös váltókapcsoló, egy kétáramkörös váltókapcsoló és négy lámpa segítségével az előbbi ábra szerinti metszeteket kiszámító gépet.

49.* Építsen a 48. feladathoz felhasznált eszközökkel, valamint 12 diódával a H halmazon a következő egyesítéseket kiszámító gépet:

$$A \cup B; \bar{A} \cup B; A \cup \bar{B}; \bar{A} \cup \bar{B}$$

50.* Építsen a 48. feladathoz felhasznált eszközökkel a H halmazon a következő differenciákat kiszámító gépet:

$$A \setminus B; \bar{A} \setminus B; A \setminus \bar{B}; \bar{A} \setminus \bar{B}$$

51.* Építsen a 48. feladathoz felhasznált eszközökkel a H halmazon a következő szimmetrikus differenciákat kiszámító gépet:

$$A \circ B; \bar{A} \circ B; A \circ \bar{B}; \bar{A} \circ \bar{B}$$

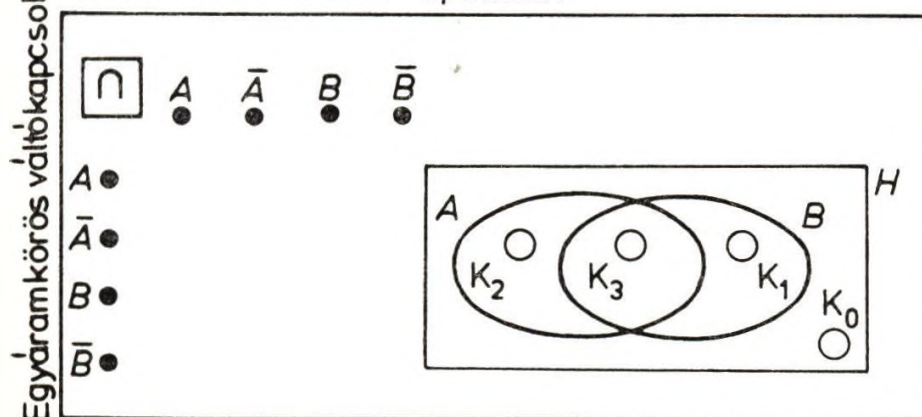
Megoldott feladat

Építsen egy olyan gépet, amely a H halmaz $A, \bar{A}, B, \bar{B}$ részeinek minden metszetét kiszámítja.

Anyagszükséglet

Négy egyáramkörös váltókapcsoló, négy kétáramkörös váltókapcsoló, négy lámpa, tizenhat dióda, egy vezérlőpanel (30×45 cm).

Kétáramkörös váltókapcsolók



A gép használata

Állapodjunk meg abban, hogy minden, a gépen kiszámított metszet esetén a $\cap$ jeltől balra szereplő halmazokat az egy-

áramkörös váltókapcsolók oszlopa, ezen jeltől jobbra szereplő halmazokat a kétáramkörös váltókapcsolók sora képviseli²⁸.

Analízis

E gép teljesítőképessége jóval nagyobb, mint a 48. feladat gépéé. Ez annak egy általánosítása.

Hány különböző műveletet kell az új gépnek végeznie? Sorolja fel e műveleteket!

Ismeretek felfrissítése

$$\forall A \subset H: A \cap \bar{A} = \emptyset$$

Következtetés: négy olyan művelet van, amelyet összekötések hiánya jellemez.

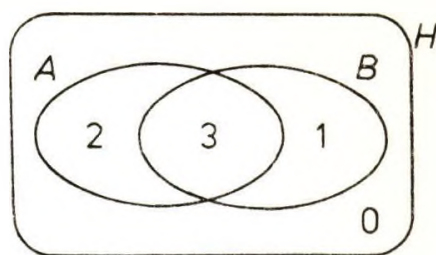
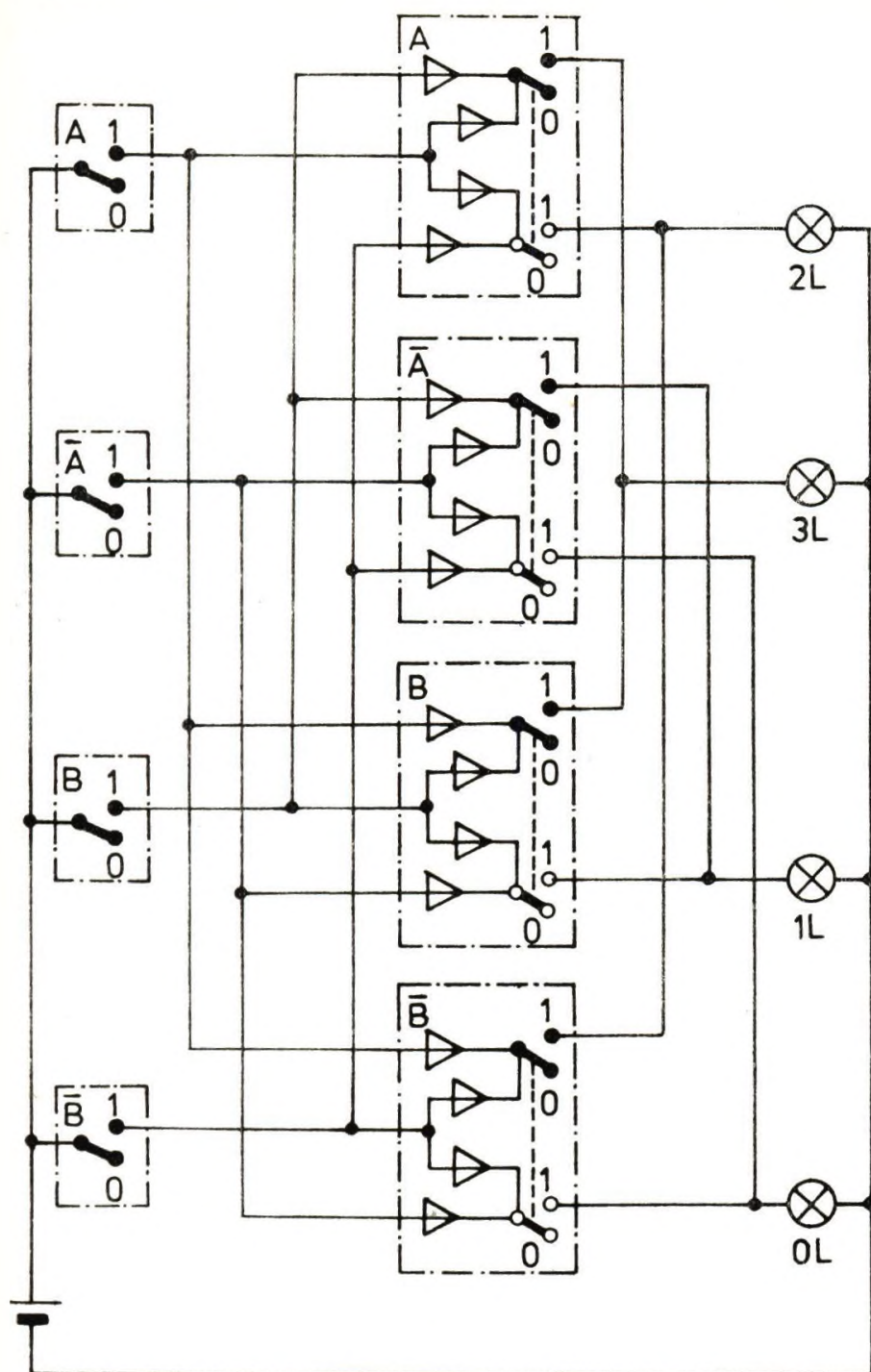
$$\forall A, B \subset H: A \cap A = A \quad \text{és} \quad A = (A \cap \bar{B}) \cup (A \cap B)$$

amiből $A \cap A = (A \cap \bar{B}) \cup (A \cap B)$, ami lehetővé teszi $A \cap A$ -nak a megvalósítását az $A \cap \bar{B}$ és az $A \cap B$ áramkörök áthidalásával²⁹ (egyesítésével).

²⁸ Vagyis — az eddigiekkel ellentétben — itt egy-egy kapcsoló nem egy-egy bináris változó 1 vagy 0 állapotát jelzi, hanem 1 állapota a hozzárendelt változót a metszet egyik operandusává teszi. Vagyis az oszlop négy, ill. a sor négy kapcsolója közül mindig csak egy-egy lehet 1 állapotban (vagyis felkapcsolva). (A fordító)

²⁹ Az áthidalást — a 37. szakaszban leírt szabály szerint — diódákkal kell ellátni. (A fordító)

Vázlat



Feladat

52.** Építse meg az előbb leírt gép egy változatát!

Anyagszükséglet: négy egyáramkörös váltókapcsoló, négy kétáramkörös váltókapcsoló, négy lámpa, tizenhat dióda, egy vezérlőpanel (30 × 45 cm).

Megoldott feladat

Építsen meg az 52. feladat gépének anyagával egy olyan gépet, amely kiszámítja a H halmaz $A, \bar{A}, B, \bar{B}$ részeinek minden egyesítését.

Ismeretek felfrissítése

$$\forall A \subset H: A \cup \bar{A} = H$$

Következtetés: az egyáramkörös váltókapcsolók kimeneteit a kétáramkörös váltókapcsolók áthidalt bemeneteivel kell összekötni A -tól $\bar{A}$ felé, $\bar{A}$ -tól A felé, B -tól $\bar{B}$ felé és $\bar{B}$ -tól B -felé.

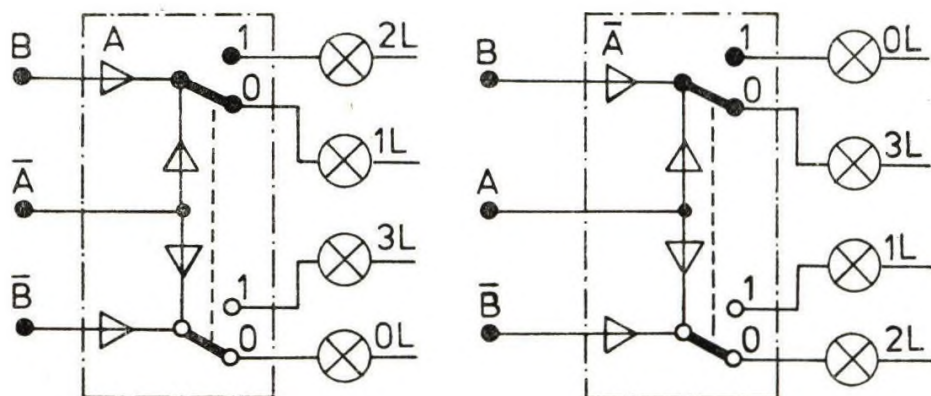
$$\forall A, B \subset H: A \cup B \neq \emptyset$$

Következtetés: a logikai gépnek technikailag tizenhat műveletet kell végeznie és nem tizenkettőt, mint a metszetek esetében.

A kétáramkörös váltókapcsolók nyolc 1-gyel jelölt kimenete azonban már telített tizenhét művelet megvalósításával.

Gondolnunk kell tehát arra, hogy kihasználjuk a kétáramkörösök 0-val jelölt kimeneteit az $A \cup A, \bar{A} \cup \bar{A}, B \cup B, \bar{B} \cup \bar{B}$ megvalósítására tudva, hogy minden x -szel jelölt váltókapcsoló egy $f(x)$ áramkört táplál az 1-gyel jelölt kimeneti kapcsáról és egy $f(\bar{x})$ áramkört a 0-val jelölt kimeneti kapcsáról.

Íme példaképpen gépünk A és $\bar{A}$ kétáramkörös váltókapcsolóinak bemeneti és kimeneti összekötései.



Megjegyzés

A kétáramkörös váltókapcsolók kimeneteire kötöttük a lámpákat. Minden kimenő vezetékhez csak egy lámpa tartozik.

Feladatok

53.** Építse meg a fenti logikai gép egy változatát!

54.** Építsen meg az 52. feladat gépéhez alkalmazott eszközökkel egy gépet, amely a H halmaz $A, \bar{A}, B, \bar{B}$ részeinek minden differenciáját kiszámítja.

55.** Ugyanezekkel az eszközökkel építsen egy gépet, amely a H halmaz $A, \bar{A}, B, \bar{B}$ részeinek minden szimmetrikus differenciáját kiszámítja.

1. Összeadás kettes számrendszerben

A helyiérték elméletét és a kettes számrendszerben végzett összeadást ismertnek tételezzük fel³¹.

Feladatok

56. Építsen egy helyiérték-táblázatot öt rekesszel a következő ábra szerint:

Tűzze ki a bináris táblázatra az első harminckét természetes számot tet-
szés szerint golyókkal, zsetonokkal vagy gyufákkal stb.

57. Építsen egy helyiérték-táblázatot az alábbi minta szerint:

[illegible]

E táblázat segítségével számítsa ki:

$1+0=$ $10+0=$ $11+1=$

$10 + 0 =$

$11 + 1 =$

$1+1 =$ $10+1 =$ $11+10 =$

$10 + 1 =$

$11 + 10 =$

$11 + 11 =$ $110 + 111 =$

$$110 + 111 =$$

$100 + 101 =$ $1001 + 111 =$

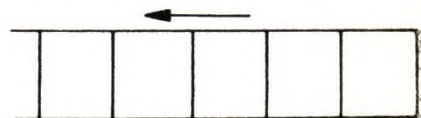
$$1001 + 111 =$$

³⁰ Itt és a továbbiakban természetes számokon a nem negatív egész számokat értjük (vagyis a tényleges természetes számokat és a nullát). (A fordító)

31 A szükséges tudnivalókat a következő két feladat, az 56 és 57. feladat megoldásánál találhatjuk meg. (A fordító)

39.

Bináris formában felírt természetes számokat összeadó gép³⁰



2. Helyiérték-táblázat moduljai

Íme egy helyiérték-táblázat, amely lehetővé teszi két természetes szám összegének kiszámítását (e táblázaton már nem jelöltük az átvitelek sorát).

Definíció: e helyiérték-táblázat minden egyes oszlopát modulnak nevezzük.

3. Modulok jellemzői

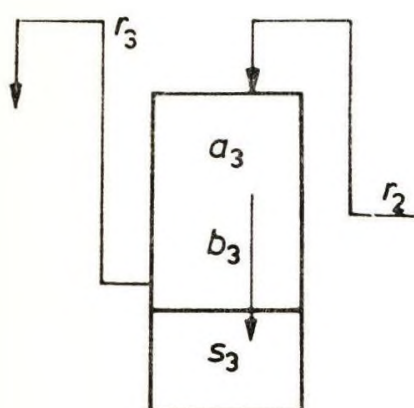
Bármi legyen is a választott számrendszer alapja, minden modul szigorúan ugyanolyan logikai struktúrájú.

Mindegyiknek képesnek kell lennie arra, hogy

- összeadjon két egyjegyű természetes számot;
- figyelembe vegye az előző modul esetleges átvitelét;
- esetleg átadjon egy átvitelt a következő modulnak.

$$m_{n+1} \quad m_n \quad \text{-----} \quad m_2 \quad m_1$$

	a_n			a_2	a_1
	b_n			b_2	b_1
s_{n+1}	s_n			s_2	s_1



Válasszuk külön pl. a 3. modult.

s_3 egy egyjegyű szám, amely a_3 , b_3 és r_3 függvénye³².

Az első modul jellemzője

Az első modulnak sosem kell átvitelt figyelembe vennie. Össze kell adnia két egyjegyű természetes számot és esetleg átadnia egy átvitelt a második modulnak.

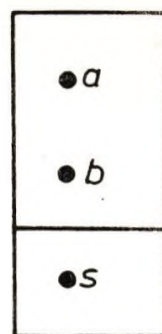
Az utolsó modul jellemzője

Az utolsó modulnak, ahol $a = b = 0$, csak az utolsó előtti modul esetleges átvitelét kell figyelembe vennie.

³² s az összeget, r az átvitelt jelöli. (A fordító)

4. A modulok leírása

Minden modul két, A és B jelű váltókapcsolóval és egy S jelű lámpával (melyek állapotát rendre a -val, b -vel és s -sel jelöljük) rendelkezik.



Felhasználás

Példa

$110 + 11$

elvégzéséhez az

A_3, A_2, B_2 és B_1

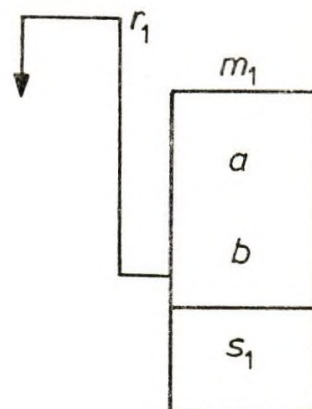
váltókapcsolókat 1 állapotba helyezzük.

A gép az eredményt úgy jelzi, hogy feszültséget ad (felgyújtja) (1 állapot) az S_4 és S_1 lámpáknak.

5. Az első modul vizsgálata

Íme az első modul s_1 és r_1 függvényeinek állapottáblázata:

a	b	s_1	r_1	$s_1 = a\bar{b} + \bar{a}b$ $r_1 = ab$
1	1	0	1	
1	0	1	0	Az s_1 összeg egy kizáró VAGY művelet.
0	1	1	0	
0	0	0	0	Az r_1 átvitel egy logikai szorzat.

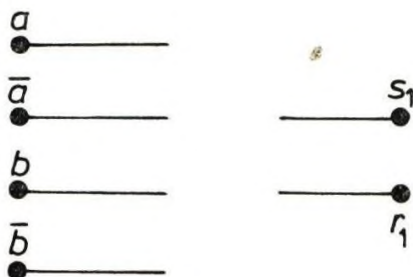


Az s_1 és r_1 állapottáblázatainak másik lehetséges formája:

s_1 :	<table> <tr> <th>$a \backslash b$</th><th>1</th><th>0</th></tr> <tr> <th>1</th><td>0</td><td>1</td></tr> <tr> <th>0</th><td>1</td><td>0</td></tr> </table>	$a \backslash b$	1	0	1	0	1	0	1	0	<table> <tr> <th>$a \backslash b$</th><th>1</th><th>0</th></tr> <tr> <th>1</th><td>1</td><td>0</td></tr> <tr> <th>0</th><td>0</td><td>0</td></tr> </table>	$a \backslash b$	1	0	1	1	0	0	0	0
$a \backslash b$	1	0																		
1	0	1																		
0	1	0																		
$a \backslash b$	1	0																		
1	1	0																		
0	0	0																		

Feladatok

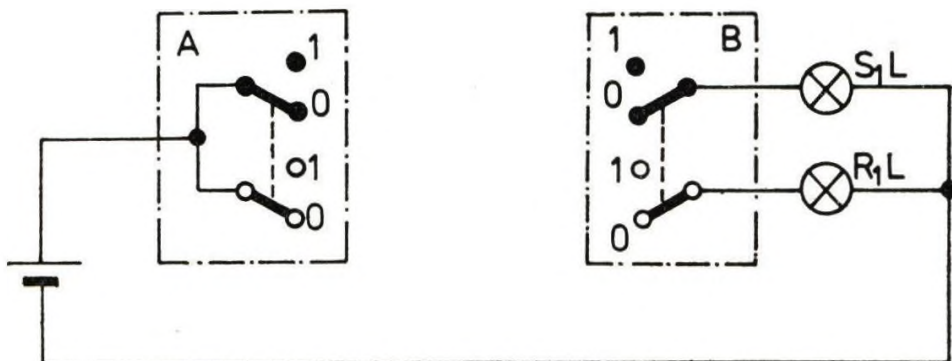
58.* Rajzolja fel az s_1 és r_1 függvények és az a és b bináris változók logikai blokkvázlatát (egyetlen rajz).



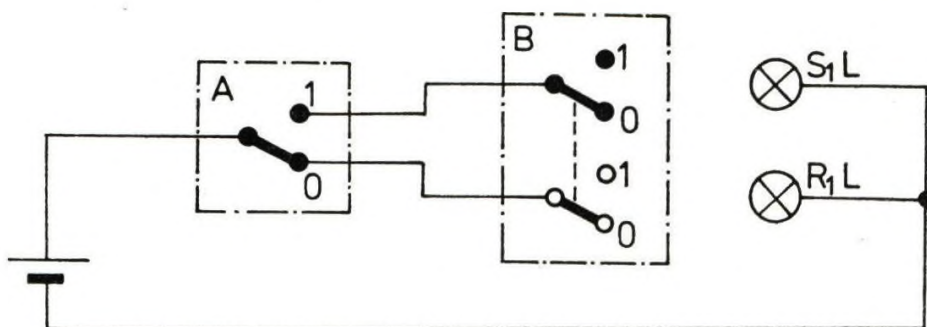
Elrendezés

59.* Ha megfigyeljük a fenti logikai blokkvázlatot és az állapottáblázatokat, el tudjuk képzelni az első modulnak két kétáramkörös váltókapcsoló segítségével megvalósítható változatát.

1. Egészítse ki az első modul alábbi áramköri vázlatát!



2. Írja az első modul egy másik változatát. Egészítse ki áramköri vázlatát!



3. Építse meg e modult (második változat)!

6. Tetszőleges modul vizsgálata

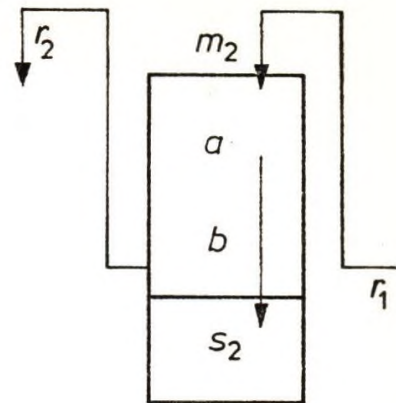
Tanulmányozzuk az összeadó egy olyan modulját, amely nem szélső modul.

Válasszuk például a másodikat.

s_2 a 2. modul összege

r_1 az 1. modul átvitele a 2. modul felé (bemenet)

r_2 a 2. modul átvitele a 3. modul felé (kimenet)



Az s_2 és r_2 vizsgálata

Az s_2 és r_2 állapotok függvényei az a , b , r_1 jelű bináris változók állapotának.

Az s_2 és r_2 állapotok táblázata:

a	b	r_1	s_2	r_2
1	1	1	1	1
1	1	0	0	1
1	0	1	0	1
1	0	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	0	1	0
0	0	1	1	0
0	0	0	0	0

Megjegyzés

Az S_2 lámpa akkor és csak akkor ég, ha $s_2 = 1$.

Az R_2 lámpa akkor és csak akkor ég, ha $r_2 = 1$.

Az előbbi táblázat alapján:

$s_2 = 1$ akkor és csak akkor, ha $abr_1 = 1$ vagy $\bar{a}\bar{b}r_1 = 1$ vagy $\bar{a}br_1 = 1$ vagy $a\bar{b}r_1 = 1$

Tehát $s_2 = abr_1 + \bar{a}\bar{b}r_1 + \bar{a}br_1 + a\bar{b}r_1$

$$s_2 = r_1(ab + \bar{a}\bar{b}) + r_1(\bar{a}b + a\bar{b})$$

Hasonló módon:

$$r_2 = abr_1 + \bar{a}br_1 + \bar{a}\bar{b}r_1 + a\bar{b}r_1$$

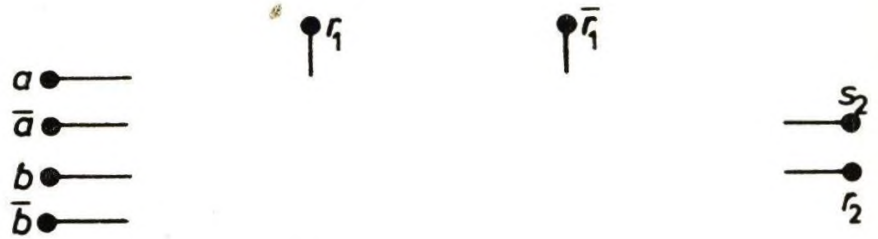
$$r_2 = r_1(\bar{a}b + a\bar{b}) + ab(r_1 + \bar{r}_1)$$

$$r_2 = r_1(\bar{a}b + a\bar{b}) + ab$$

Feladatok

60.** Rajzolja fel az a , b , r_1 bináris változók s_2 és r_2 függvényeinek logikai blokkvázlatát.

Elrendezés



61.** Figyelmesen nézze át a felrajzolt blokkvázlatot!

1. Felfedezhető-e olyan függvény, mely két kétáramkörös váltókapcsolóval megvalósítható?
2. Tudva, hogy az összeadó kezelőpultján csak az A és B váltókapcsoló működtetheti, melyek azok a blokkvázlatban szereplő függvények, amelyeket az eddig megismert elektromos eszközökkel nem tud megvalósítani?

Ezeket a függvényeket elektromágneses jelfogókkal valósítjuk meg, amelyeknek tanulmányozása a következő fejezet tárgya

Elektromágneses jelfogók

Természetes mágnesek

Bizonyos vasércek természetes mágnesek: vonzanak bizonyos fémeket. Ilyenek a vas, a nikkel, a kobalt stb. Ezek a mágnesek állandók, vagyis permanensek.

Mesterséges mágnesek

Bizonyos anyagok természetes mágnes közelében maguk is felmágneseződnek. Ezeket mesterséges mágneseknek nevezzük.

A mesterséges mágnesek között egyesek (pl. az edzett acél) megtartják ezt a felmágneseződést akkor is, ha eltávolítjuk őket a természetes mágnestől: ezeket szintén permanens mágneseknek nevezzük.

Mások (pl. a lágyvas) elvesztik ezt a tulajdonságot, amikor már nincsenek a természetes mágnes hatása alatt. Ezek nem permanens mágnesek.

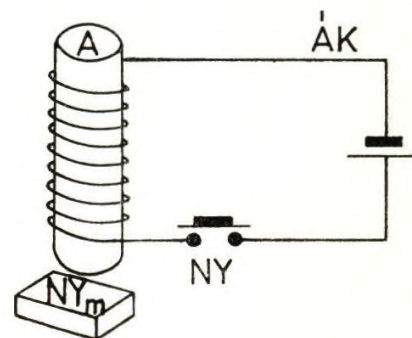
Helyezzünk egy lágyvas rudat rézhuzalból készült tekercsbe. Tegyük a rúd közvetlen közelébe egy ügyesen kiválasztott (pl. vasból készült), *m*-mel jelzett kis fémtárgyat.

40.

Mágnesség

41.

Elektromágnes



42.

Vezérlő áramkör és elektromágnes

Megfigyelések

Ha az áramkör NY nyomógombját zárjuk, a tekercsben áram folyik, és a rúd felmágneseződik. A felmágneseződést jelzi a rúd által vonzott m fémtárgy mozgása. Ha az NY nyomógombbal megszakítjuk az áramkört, akkor az áram hiánya miatt a tekercsben a rúd mágneseződése megszűnik (m -et a rúd már nem vonzza).

Az így megvalósított mágnessé elektromágnesnek nevezzük.

Következtetések

Az elektromágnes nem permanens mágnes.

Ellentétben a permanens mágnesekkel, bináris tulajdonságú eszköz: vonzhatja vagy nem vonzhatja a fémtárgyakat.

A fent leírt kísérlet körülményei közt a rúd állapota (mágneses vagy nem mágneses) függvénye az áramkör állapotának, amely maga is függvénye az NY nyomógomb állapotának.

Vezérlő áramkörnek nevezzük azt az áramkört, amely táplálja vagy nem táplálja az elektromágnes tekercsét.

Jelölések

Jelöljük A -val az elektromágnes rúdját³³, $ÁK$ -val a vezérlő áramkört és NY -nyel a nyomógombot (melyek állapotát rendre a -val, $ák$ -val és ny -nyel jelöljük), mellyel elláttuk ezt az áramkört.

Az elektromágnes állapotai

Megállapodás alapján az elektromágnes állapotát, ha az mágnesezett, 1-gyel, ha az nem mágnesezett, 0-val jelöljük.

Állapotok táblázata:

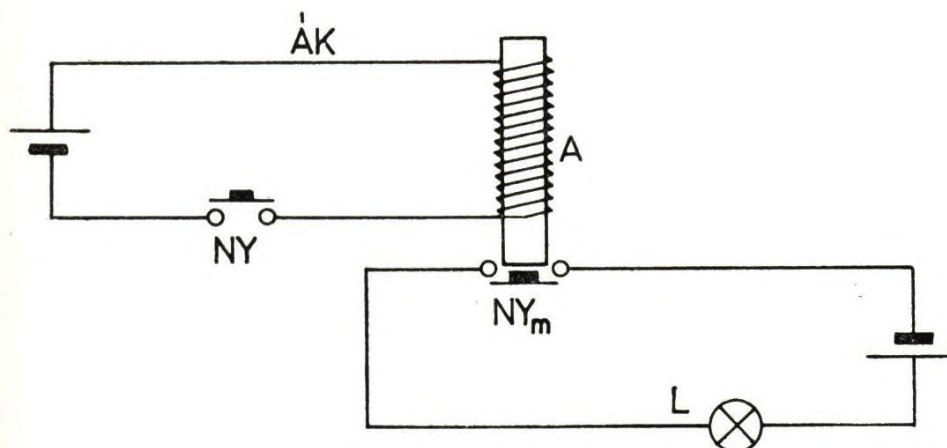
ny	$ák$	a
1	1	1
0	0	0

³³ Az elektromágnes tekercsében levő fémrészt armatúrának szokás nevezni. (A fordító)

Lehet építeni olyan nyomógombokat vagy váltókapcsolókat, amelyeknek mozgó érintkezőjét egy elektromágnes vezérli. Lehetőségünk lesz tehát távvezérléssel az ilyen eszközökkel felszerelt áramköröket 1 állapotba vagy 0 állapotba hozni.

Példa

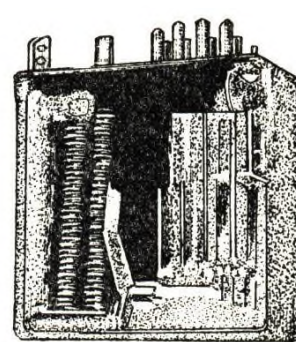
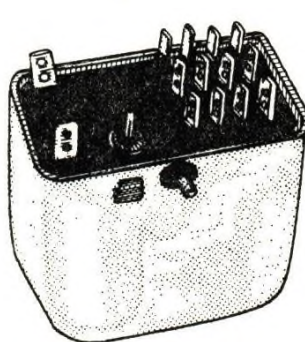
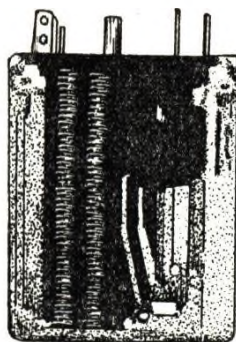
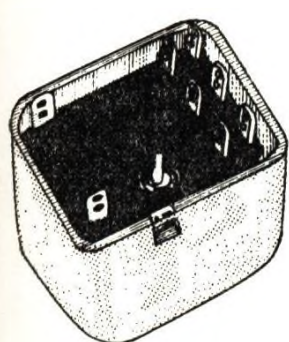
Vegyük újra elő a 41. szakaszban vizsgált kapcsolást, de itt az *m* fémtárgy egy nyomógomb mozgó érintkezője, amely szintén egy áramkörbe van kapcsolva.



Az első áramkört vezérelt áramkörnek nevezzük.

Megjegyzés

A két, NY és NY_m nyomógomb közül csak NY-et vezéreljük kézzel.



Definíció

Jelfogónak vagy relének nevezünk minden olyan nyomógombot vagy váltókapcsoló jellegű eszközt, amelynek működtetését egy elektromágnes biztosítja.

43.

Távvezérelt nyomógombok, távvezérelt váltókapcsolók

44.

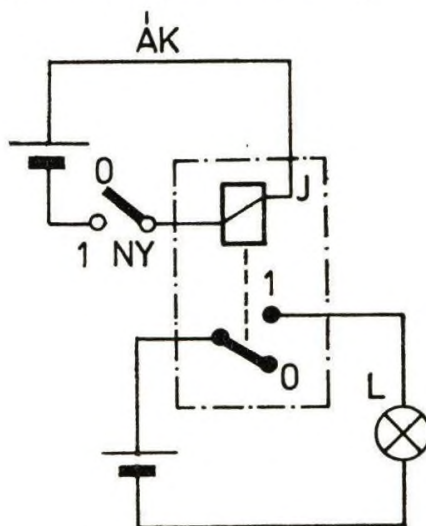
Jelfogó

A jelfogó állapotai

Természetesen abban állapotodunk meg, hogy 1-gyel, ill. 0-val jelöljük a jelfogó azon állapotait, melyek megfelelnek az elektromágnes 1, ill. 0 állapotának.

Kapcsolási rajzok

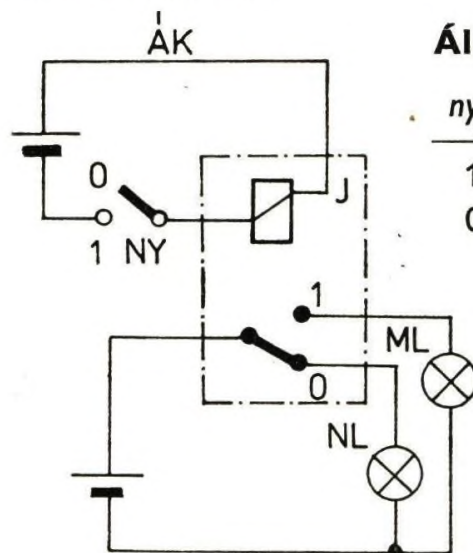
A J-vel jelölt, munkaérintkezős jelfogóval és L-lel jelölt lámpával (melyek állapotát *j*-vel, *l*-lel jelöljük) ellátott áramkör:



Állapottáblázat

<i>ny</i>	<i>ák</i>	<i>j</i>	<i>l</i>
1	1	1	1
0	0	0	0

A J-vel jelölt, váltóérintkezős jelfogóval és két, ML és NL jelű lámpával (melyek állapotát *j*-vel, *m*-mel és *n*-nel jelöljük) ellátott áramkör:



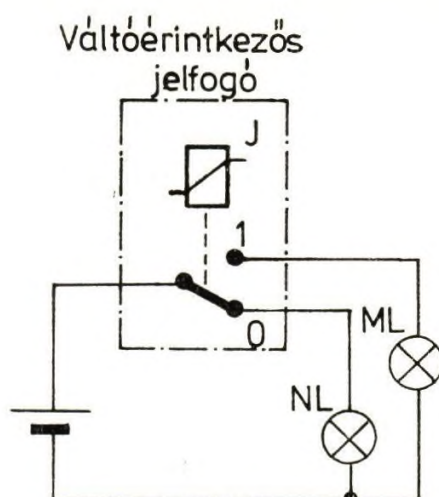
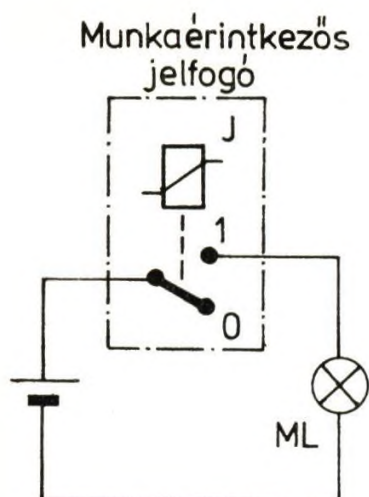
Állapottáblázat

<i>ny</i>	<i>ák</i>	<i>j</i>	<i>n</i>	<i>m</i>
1	1	1	0	1
0	0	0	1	0

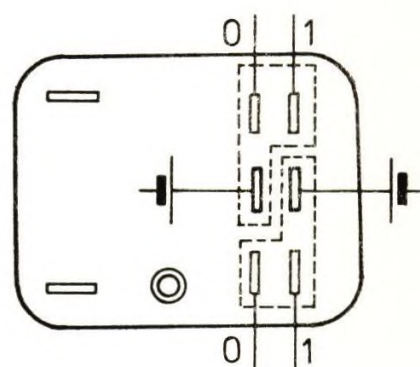
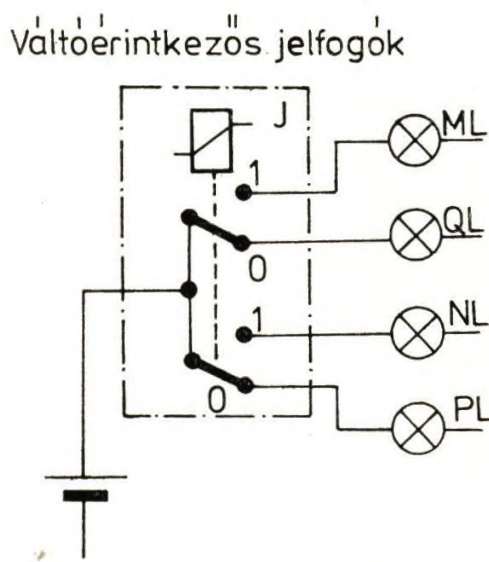
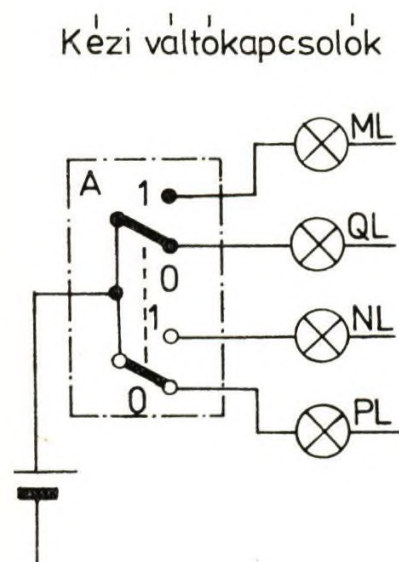
Jelfogó egyszerűsített rajzjele

A fenti állapottáblázatok elolvasása lehetővé teszi a kapcsolási rajzok leegyszerűsítését a jelölések csökkentésével oly mó-

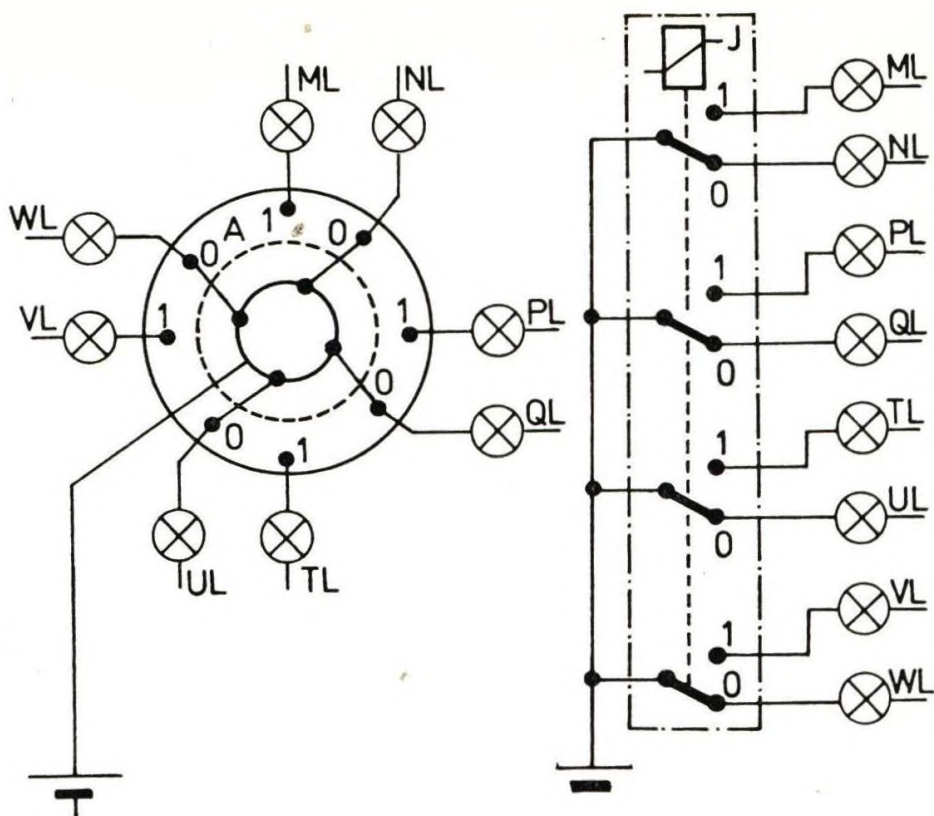
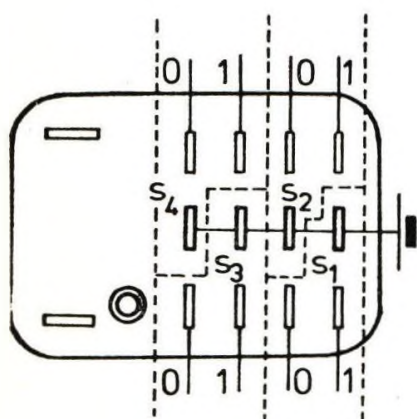
don, hogy az *ny*, *ák*, *j* változókat egyetlen *j* változóba összevonjuk.



45. Többérintkezős jelfogók rajzjelei



A fenti ábra szerint egyrészt ML és NL, másrészt PL és QL egyidejűleg gyullad fel.



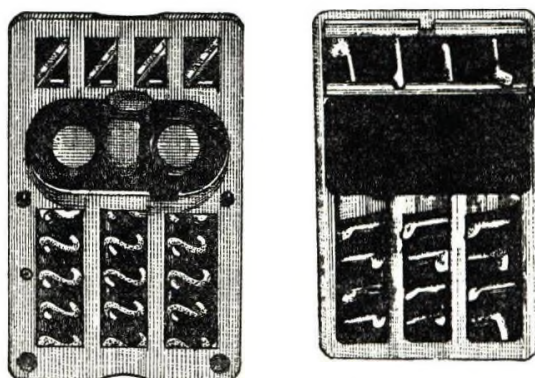
A fenti ábra szerint egyrészt ML, PL, TL és VL, másrészt NL, QL, VL és WL egyidejűleg gyullad fel.

Megjegyzés

A továbbiakban, ha nem okoz félreértést, nem rajzoljuk meg a többérintkezős jelfogók bemeneti pólusainak tápvezetéseit.

46.

Függvények tanulmányozása



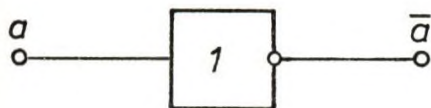
Megjegyzés

A vezetékeknek a jelfogók kapcsaihoz való forrasztásakor a felszabaduló hő kárt okozhat e drága és kényes eszközök mechanizmusában.

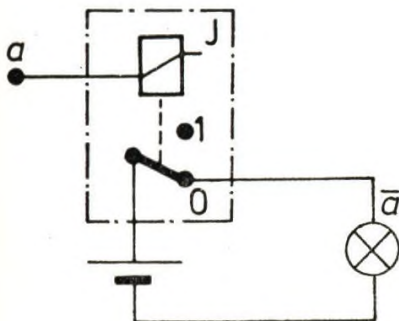
A kereskedelemben olyan jelfogóaljzatok is kaphatók, amelyek robusztusak és nem drágák. Ha minden jelfogót áramkörünkben aljzattal együtt szerelünk, lényegesen egyszerűbb lesz a helyzetünk. Így ui. számos gépet építhetünk minimális számú felcserélhető jelfogóval.

Negáció függvény

Idézzük fel a logikai blokkvázlatot:



A függvény a J jelfogóval megvalósított $\bar{a}$ negációja:

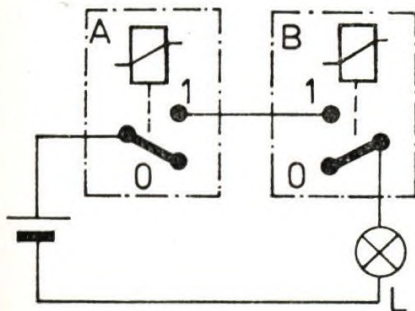


Állapottáblázat

a	j	$\bar{a}$
1	1	0
0	0	1

ÉS függvény

Íme egy áramkör vázlata, amely a , $\bar{a}$, b vagy $\bar{b}$ egy ÉS függvényét valósítja meg:



Feladatok

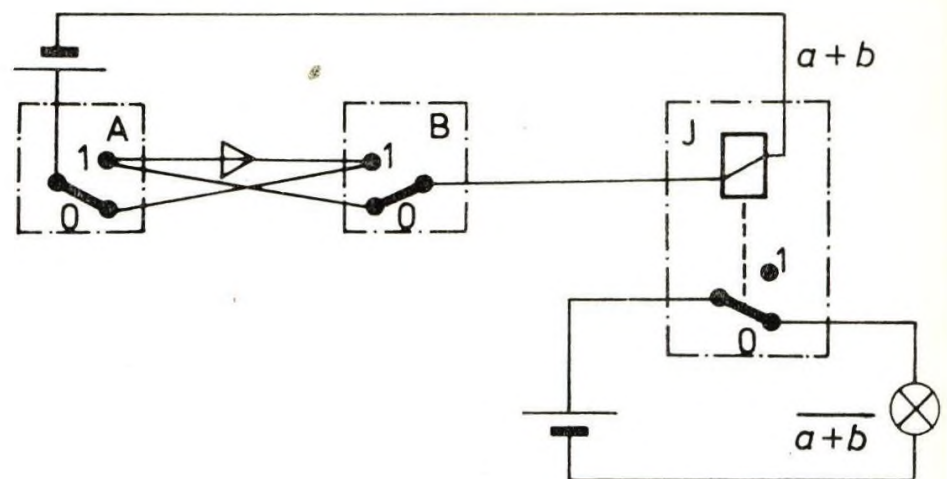
62.* 1. Rajzolja meg az A-val és B-vel jelölt két jelfogót (melyek állapotát a -val és b -vel jelöljük) tartalmazó áramköröket, amelyek az alábbi függvényeket valósítják meg:

$$\begin{array}{ll} \bar{a}\bar{b} & \bar{a}b + \bar{a}\bar{b} \\ \bar{a}b & ab + \bar{a}\bar{b} \\ \bar{a}\bar{b} & \end{array}$$

2. Építse meg az előbb felrajzolt áramköröket!

63.* Legyen két, A-val és B-vel jelölt kézi működtetésű váltókapcsoló és egy J jelfogó.

1. Íme egy, az $\overline{a+b}$ függvényt megvalósító áramkör vázlata:



2. Rajzolja meg a következő függvényeket megvalósító áramkörök vázlatát!

$\overline{\overline{a+b}}$	$\overline{\overline{a \cdot b}}$
$\overline{a+b}$	$\overline{a \cdot \overline{b}}$
$\overline{\overline{a+b}}$	$\overline{\overline{a \cdot b}}$
$\overline{a \cdot b}$	

3. Építse meg az $\overline{a+b}$ és az $\overline{a \cdot b}$ áramköröket!

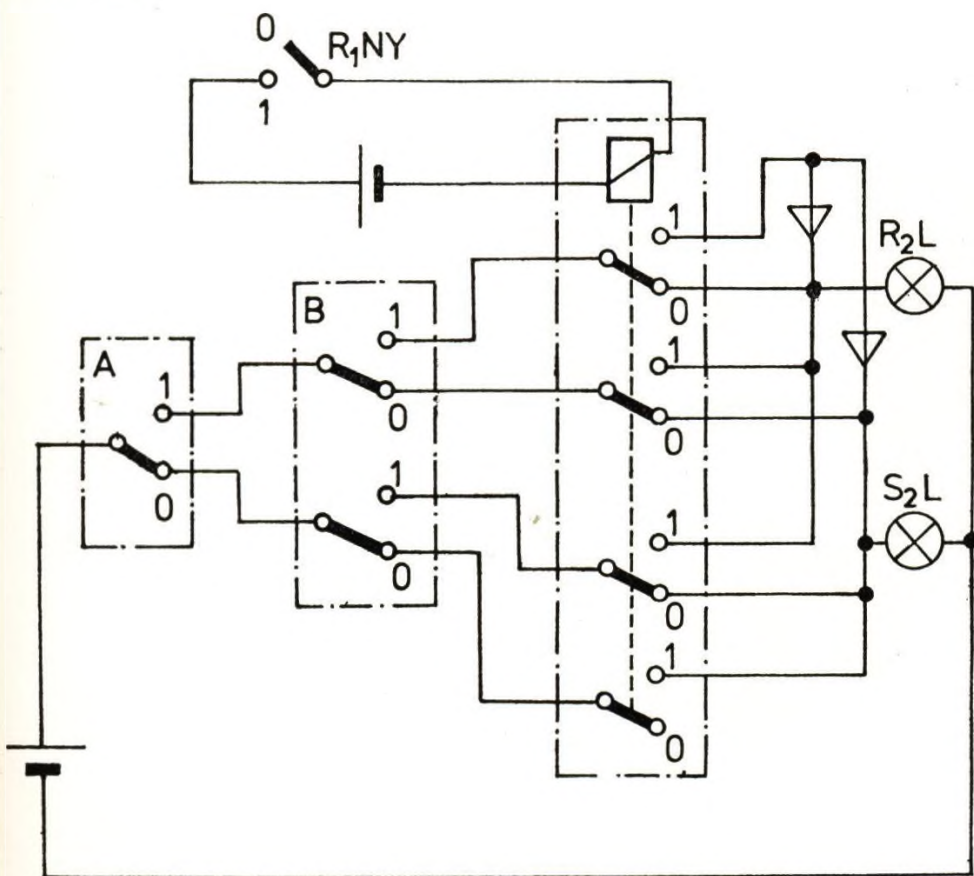
4. Ellenőrizze e két gépet az a és b váltókapcsolók minden értékére.

Számológépek építése

47. Összeadó bináris természetes számokhoz

Tetszőleges modulok megértéséhez nézzük át e modul felépítését (l. 39.6. pontot). Vegyük példaképpen a második modult.

Vázlat



Megjegyzés

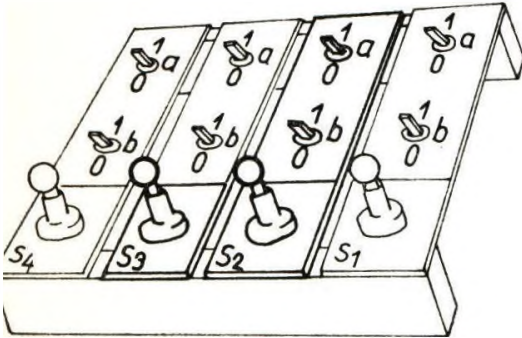
Az R_1Ny nyomógomb a gépen azt a célt szolgálja, hogy az 1. modul esetleges átvitelét szimulálja.

Vegye elő megépített modulját (59. feladat)!

Ha a 2. modul R_1Ny nyomógombját megszünteti, és négyáramkörös jelfogójának vezérlését az 1. modul R_1Ny kimenétével biztosítja, olyan összeadóhoz jut, amely képes két, egyenként két bináris számjegű természetes számot összeadni³⁴.

Feladat

- 64.**** 1. Építse meg e modult egy nyomógomb, egy egyáramkörös váltókapcsoló, egy kétáramkörös váltókapcsoló, egy négyáramkörös jelfogó, két lámpa és két dióda segítségével!
2. Hány különböző összeadást tud a gépe végezni?
3. Ellenőrizze mindezen összeadásokat a gépén!



48.

A számolást négyes csoportban végző gép

Ismeretek felfrissítése

Már két csoportot ismerünk: $[S_n, M]$ és $[Z, +]$.

Mivel középfokú oktatásunk anyaga olyan, hogy e fogalmak általában nem ismertek olvasóink előtt, a legszükségesebbeket itt írjuk le. Legyen a G olyan halmaz, amely egyműveltes algebrai struktúra (l. a ¹⁸. lábjegyzetet). A definiált műveletet jelöljük M -mel. Ekkor G -t csoportnak nevezzük, ha

1. bármely két G -beli a, b elemhez hozzá van rendelve egy aMb G -beli elem,
2. $(aMb)Mc = aM(bMc)$ (asszociativitás áll fenn),
3. Létezik a csoportban egy e egységelem úgy, hogy a csoport minden a elemére $cMa = aMc = a$,
4. a csoport minden a elemének van inverze, vagyis található egy a^{-1} -gyel jelölt elem, melyre $a^{-1}Ma = aMa^{-1} = e$.

A műveletnél vigyázni kell a sorrendre, mert aMb és bMa általában különböző lehet. Ha G bármely a, b elemére fennáll $aMb = bMa$, akkor kommutatív vagy Abel-féle csoportról beszélünk. Végtelen csoportot képez a Z egész számok halmaza az összeadás műveletére nézve. Az egységelem a nulla, egy szám inverze ugyanazon szám ellenkező előjellel. E csoportot $[Z, +]$ -szal jelöljük.

Legyen egy n elemű halmaz, ahol az elemek bizonyos sorrendben vannak elhelyezve (ha pl. számok, akkor $1, 2, 3, \dots, n$). Ha új sorrendet kívánunk létrehozni, megadhatjuk azt, hogy melyik elem melyiknek a helyére kerül, amit úgy jelölünk, hogy minden elem alá írjuk a helyére kerülőt. Ezt permutációnak nevezzük. Egy adott permutáció független az eredeti sorrendtől. Például a $p_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ permutáció azonos az $\begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{bmatrix}$ permutációval.

Mivel a kombinatorikából ismeretes, hogy $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$ különböző sorrend lehetséges, ugyanennyi permutáció létezik. Alkalmazhatunk két permutációt egymás után — ezt permutációk szorzásának nevezzük — és e szorzat nyilvánvalóan ekvivalens egy olyan

³⁴ Ekkor a 2. modul az utolsó előtti és az utolsó modul szerepét r_2 tölti be (l. 39.3. pont). Ez az ábráról is látható, ahol tulajdonképpen az S_3L lámpa ez esetben az R_2L . (A fordító)

permutációval, amely az első sorrendből a harmadikat hozza létre. Legyen pl. P_2 az $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{bmatrix}$ permutáció. A $p_1 M p_2$ permutációsorozat $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{bmatrix} M \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{bmatrix}$ eredményét így kaphatjuk meg: $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{bmatrix}$, vagyis $p_1 M p_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{bmatrix} M \begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{bmatrix}$, amit jelölhetünk például p_3 -mal. Az olvasó ellenőrizheti, hogy a szorzás nem kommutatív, vagyis $p_2 M p_1 \neq p_1 M p_2$. Ha az egységelemet az ún. identikus permutációként definiáljuk — a fenti példában $e = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ — akkor belátható, hogy a permutációk halmaza a definiált szorzásra nézve csoportot alkotnak (az inverz elem képzése is egyszerű, példáulink alapján $p_1^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ — felcseréltük p_1 két sorát — és nyilvánvalóan $p_1 M p_1^{-1} = e$). E véges csoportot $[S_n, M]$ -lel jelöljük. Még egy definíció: szimmetrikusnak nevezünk egy permutációt, ha saját magának inverze. Például $p_4 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ egy szimmetrikus permutáció.
(A fordító)

$[S_n, M]$: egy véges, n elemű halmaz permutációinak csoportja, amely véges csoport.

$[Z, +]$: az egészek halmaza, amely egy végtelen csoport.
Milyen feltételek mellett csoport egy G -vel jelölt halmaz, amelyen egy $*$ -gal jelölt műveletet értelmezzünk?

A négyes kvadratikus csoport

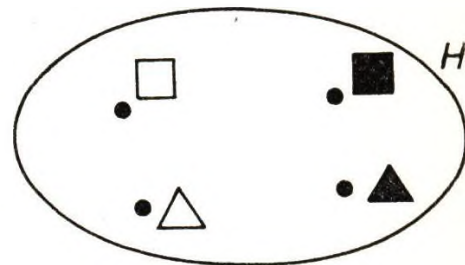
Bevezetés

Tekintsünk egy négy tárgyból álló halmazt.

$H = \{\text{egy narancsszínű négyzet, egy kék négyzet, egy narancsszínű háromszög, egy kék háromszög}\}$

Képzeljünk el egy gépet, amelynek az a szerepe, hogy a H halmazbeli tárgyak formáját átváltoztassa.

Ábrázoljuk e gépet egy F jelű téglalappal. Az F által végzett műveletek logikai blokkvázlata:



Megjegyzés

Az F gép H halmaz egy permutációját valósítja meg, s ez a permutáció szimmetrikus. Képzeljünk el egy második, C jelű gépet, amelynek az a szerepe, hogy a H halmazbeli tárgyak színét³⁶ átváltoztassa.

Feladat

65. Rajzolja fel a C által a H halmaz tárgyain végzett műveletek logikai blokkvázlatát. A C gép ugyancsak H halmaz egy permutációját valósítja meg. Szimmetrikus-e a permutáció?

Képzeljünk el egy harmadik, FC jelű gépet, amelynek az a szerepe, hogy a H halmazbeli tárgyaknak a formáját és a színét átváltoztassa!

Feladat

66. Rajzolja fel az FC által a H halmaz tárgyain végzett műveletek logikai blokkvázlatát. E harmadik gép a H halmaz egy további permutációját valósítja meg. Szimmetrikus-e a permutáció?

Végül meg kell valósítanunk egy N jelű gépet, amelynek szerepe semleges (neutrális), azaz feladata az, hogy ne változtassa meg a H halmazbeli tárgyakat.

Feladat

67. Rajzolja fel az N által a H halmaz tárgyain végzett műveletek logikai blokkvázlatát. Ez a gép ugyancsak a H halmaz egy szimmetrikus permutációját valósítja meg.

A négyes (kvadratikus) csoport

Jelöljük n , f , c , ill. fc -vel az N , F , C , ill. FC gépek által a H halmaz tárgyain végzett permutációkat.

Legyen $\mathcal{H} = \{n, f, c, fc\}$ ezen permutációk halmaza.

Feladat

68. Rajzolja be a H halmaz vázlatába (négy vázlat készüljön) az n , f , c , fc permutációk állapotdiagramját³⁷.

Lássuk el $\mathcal{H}$ -t a „kör” művelettel³⁸. A $[\mathcal{H}, M]$ véges csoport.

³⁶ Szín latinul color, innen a C jelzés. (A fordító)

³⁷ Az állapotdiagram ismertetését lásd a megoldásoknál. (A fordító)

³⁸ Az M művelet alatt a 35. lábjegyzetben definiált permutációsorzást kell érteni. (A fordító)

Igazolja ezt az állítást a csoport négy axiómája teljesülésének ellenőrzésével.

Művelettáblázat

M	n	f	c	fc
n	n	f	c	fc
f	f	n	fc	c
c	c	fc	n	f
fc	fc	c	f	n

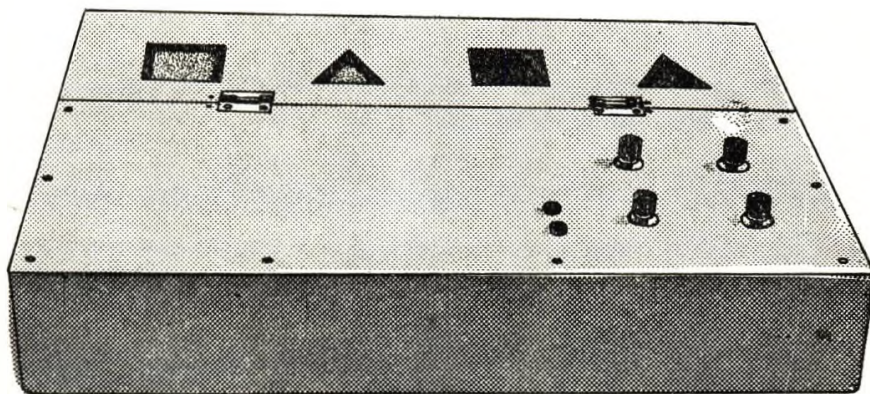
A $[\mathcal{H}, M]$, amelyet négyes vagy kvadratikus csoportnak nevezünk, Abel- (kommutatív) csoport.

Megjegyzés

Figyeljük meg, hogy a csoport minden eleme sajátmagának inverze az M műveletre nézve³⁹.

Négyes csoportban számoló gép építése

Kivitel

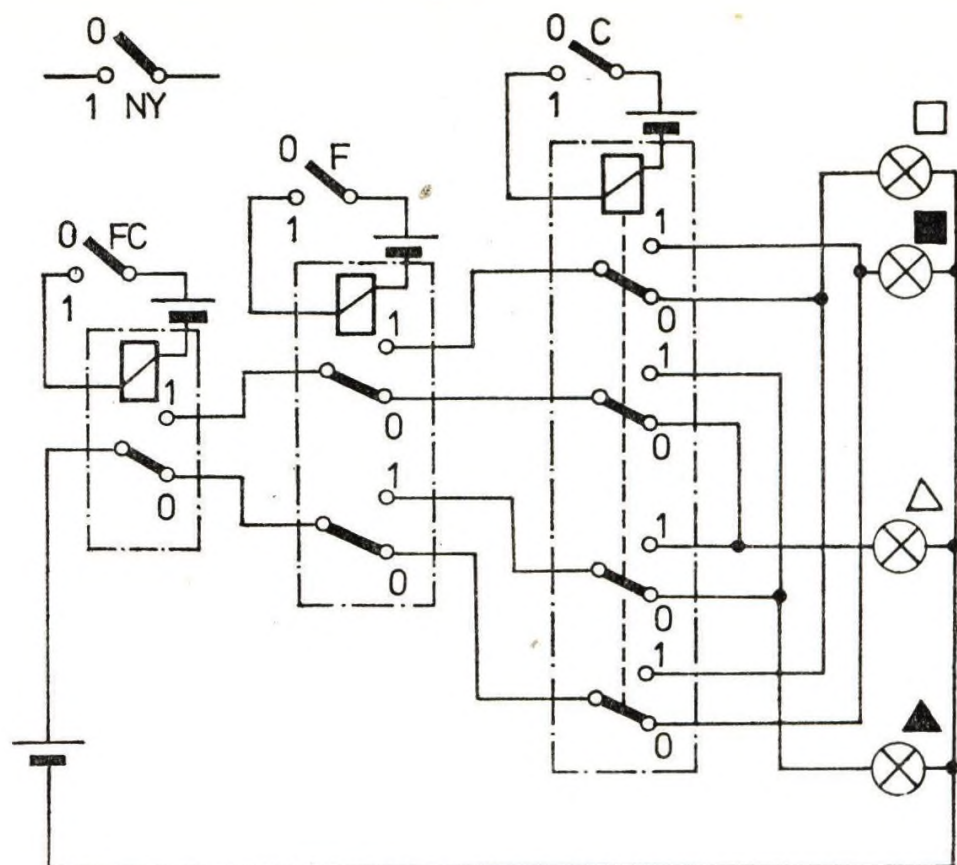


Anyagszükséglet

Négy darab nyomógombos kapcsoló (vissza nem ugró nyomógomb, pl. asztalilámpa-kapcsoló), egy egyváltóérintkezős jelfogó, egy kétváltóérintkezős jelfogó, egy négyváltóérintkezős jelfogó, négy lámpa, két narancsszínű áttetsző lap, két kék áttetsző lap, egy vezérlőpanel (30×45 cm), amelyben négy ablakot vágunk ki (két négyszöget, két háromszöget).

³⁹ Ezért is nevezik kvadratikus csoportnak, mivel $f^2 = n$, $c^2 = n$, $fc^2 = n$. (A fordító)

Kapcsolási vázlat



Feladat

69.** Építse meg a fenti gépet és ellenőrizze működését ennek a csoportnak a műveleti táblázata alapján.

Megjegyzés: az Ny nyomógombos kapcsolóra csak névlegesen van szükség.

Átalakítók (konverterek) építése

A decibin⁴⁰ kivitele

A decibin gép egy 0-tól 9-ig számozott, tíz billentyűből (visszaugró nyomógommból) álló billentyűzetből és négy — *a*, *b*, *c* és *d*-vel jelölt — lámpát tartalmazó világító táblából áll. Ezek elrendezése az ábrán látható.

Használat

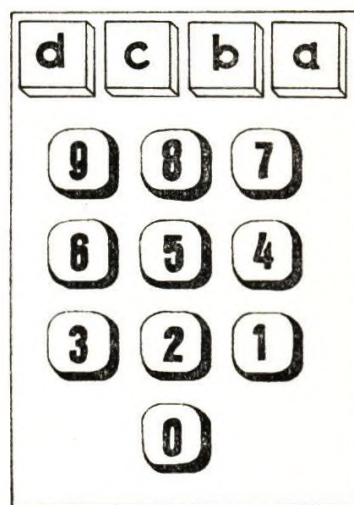
A kezelő a billentyűzet egy billentyűjét lenyomja. A decibin világító táblája kijelzi a megfelelő természetes számot bináris írásmódban.

Anyagszükséglet

Tíz nyomógomb (visszaugró), négy lámpa, egy áttetsző lap (homályos üveg), tizenegy dióda, egy vezérlőpanel (20×25 cm).

49.

**Decimális—bináris
átalakító
(decibin átalakító)**



⁴⁰ A decibin és a binadec a leírt eszközökhöz a szerzők által kitalált név. (A fordító)

A gép bekötése

$$f(0) = \emptyset$$

$$f(1) = \{a\}$$

$$f(2) = \{b\}$$

$$f(3) = \{a, b\}$$

$$f(4) = \{c\}$$

$$f(5) = \{a, c\}$$

$$f(6) = \{b, c\}$$

$$f(7) = \{a, b, c\}$$

$$f(8) = \{d\}$$

$$f(9) = \{a, d\}$$

A 0 billentyű csak névlegesen szükséges. Egyik lámpához sincs kötve.

A 3-as billentyűből kiinduló vezetékek mindegyikének egy-egy diódát kell tartalmazniok.

két dióda

két dióda

három dióda

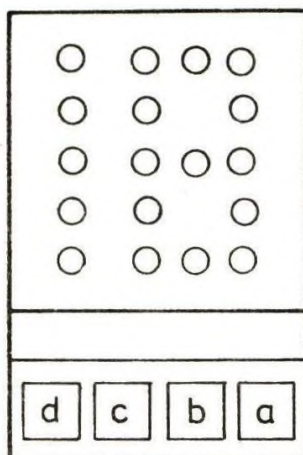
két dióda

Feladat

70.** Építse meg a fent leírt decibin egy változatát.

50.

Bináris—decimális átalakító (binadec)



A binadec⁴¹ kivitele

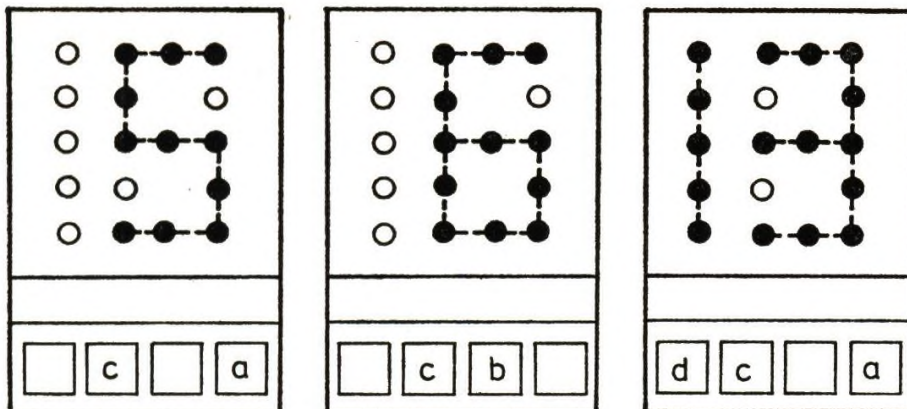
A binadec egy a, b, c, d-vel jelölt négy billentyűből (visszaugró nyomógombból) álló billentyűzetből és egy tizennyolc lámpából álló világító táblából áll, amelyeket a mellékelt ábra szerint helyeznek el.

Használat

A kezelő bináris írásmódban összeállít egy természetes számot (a változatunkban 0 és 15 között) a billentyűzeten. A gép ennek a természetes számnak a decimális alakját kijelzi a világító tábláján.

⁴¹ L. a ⁴⁰. lábjegyzetet.

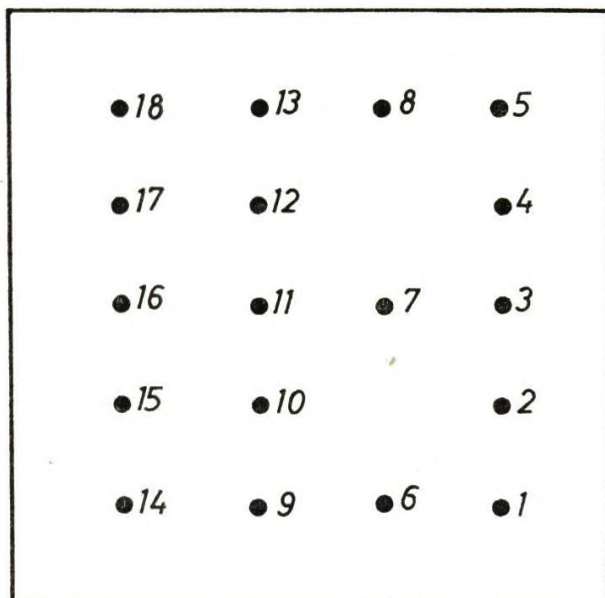
Példák



Megállapodás: a fenti példákban csak a billentyűzet benyomott billentyűit jelöljük be.

A világító tábla lámpáinak jelölése

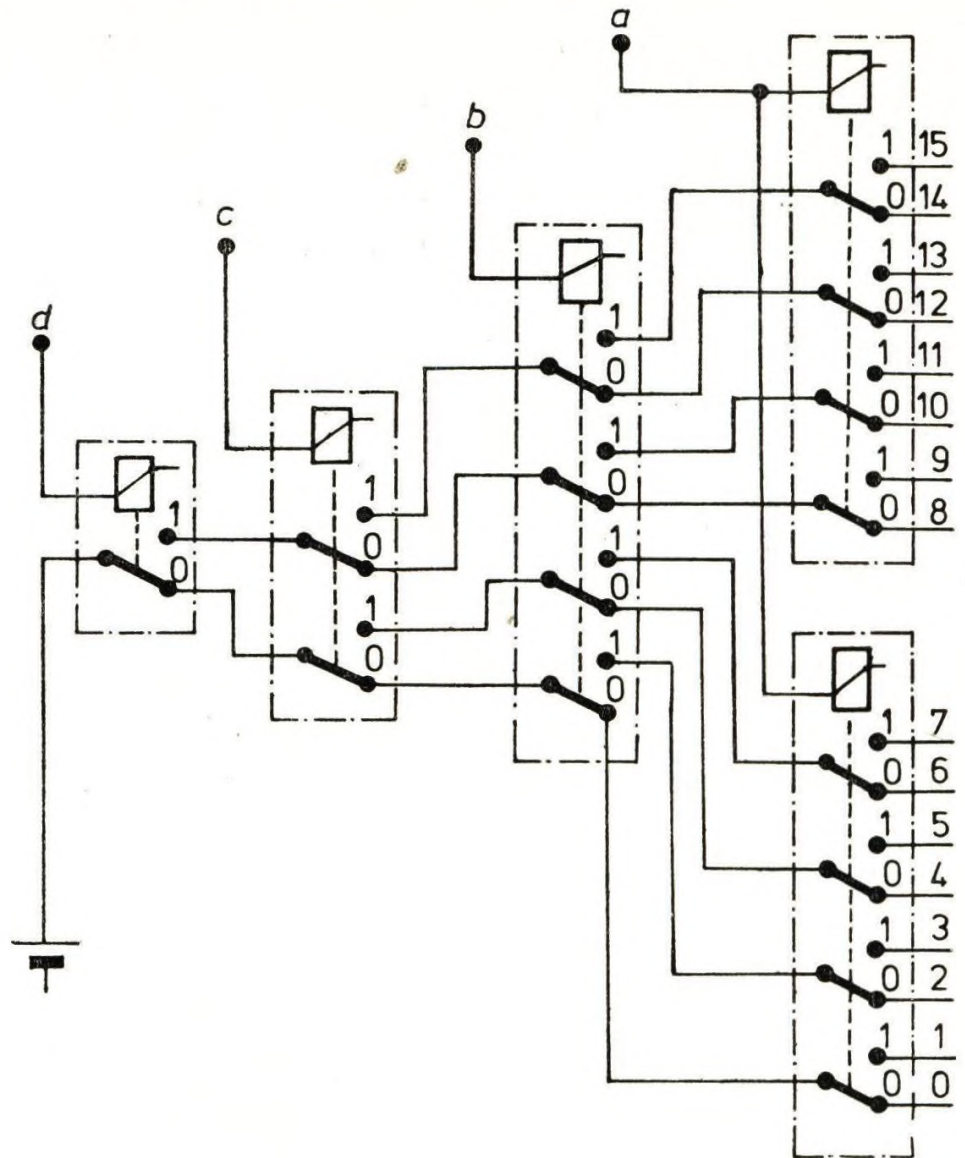
Állapodjunk meg a világító tábla lámpáinak a következő ábra szerinti jelölésében:



Anyagszükséglet

Négy nyomógomb (visszaugró), egy egyváltóérintkezős jelfogó, egy kétváltóérintkezős jelfogó, három négyváltóérintkezős jelfogó, tizennnyolc lámpa, egy vezérlőpanel (20×35 cm).

Kapcsolási vázlat



Fenti vázlatban a billentyűzeten összeállított természetes számokat az a -val jelölt kettős jelfogó kimeneteihez jelöltük. Minden ilyen kimenet tehát mindazokat a lámpákat táplálja, amelyek a világító táblán a természetes szám decimális alakjának kijelzéséhez szükségesek.

Így tehát

$$f(0) = (1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 13)$$

$$f(1) = (1, 2, 3, 4, 5)$$

$$f(2) = (1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12)$$

és így tovább.

Feladatok

71.** Határozza meg a 0 és 15 közötti természetes számokhoz rendelt lámpaegyütteseket az alábbi két bemenetű táblázat kiegészítésével!

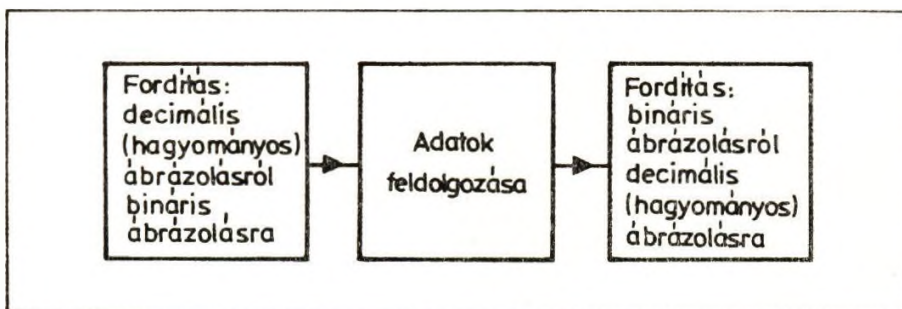
	Lámpák											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12...
Természetes számok	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1						
	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1		
	.											
	.											
	.											
	14											
	15											

72.** Határozza meg a fenti, kiegészített táblázat alapján, melyek azok a lámpák, amelyek mindig égnek, bármi legyen a kijelzett természetes szám.

Következtetés: e lámpákat közvetlenül az áramforráshoz kötjük.

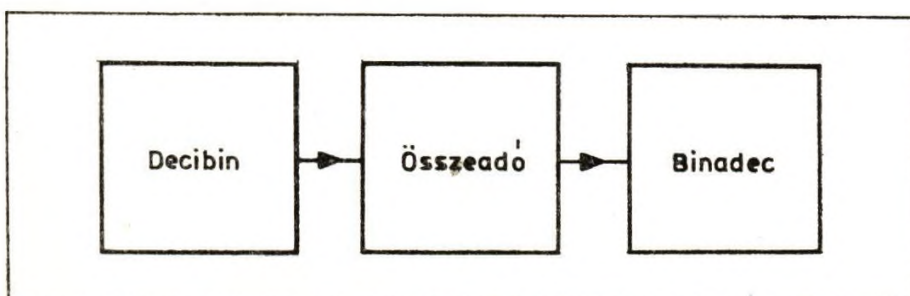
73.** Építse meg a fent leírt binadec egy változatát.

Íme bármely számítógép alapvető struktúrája:

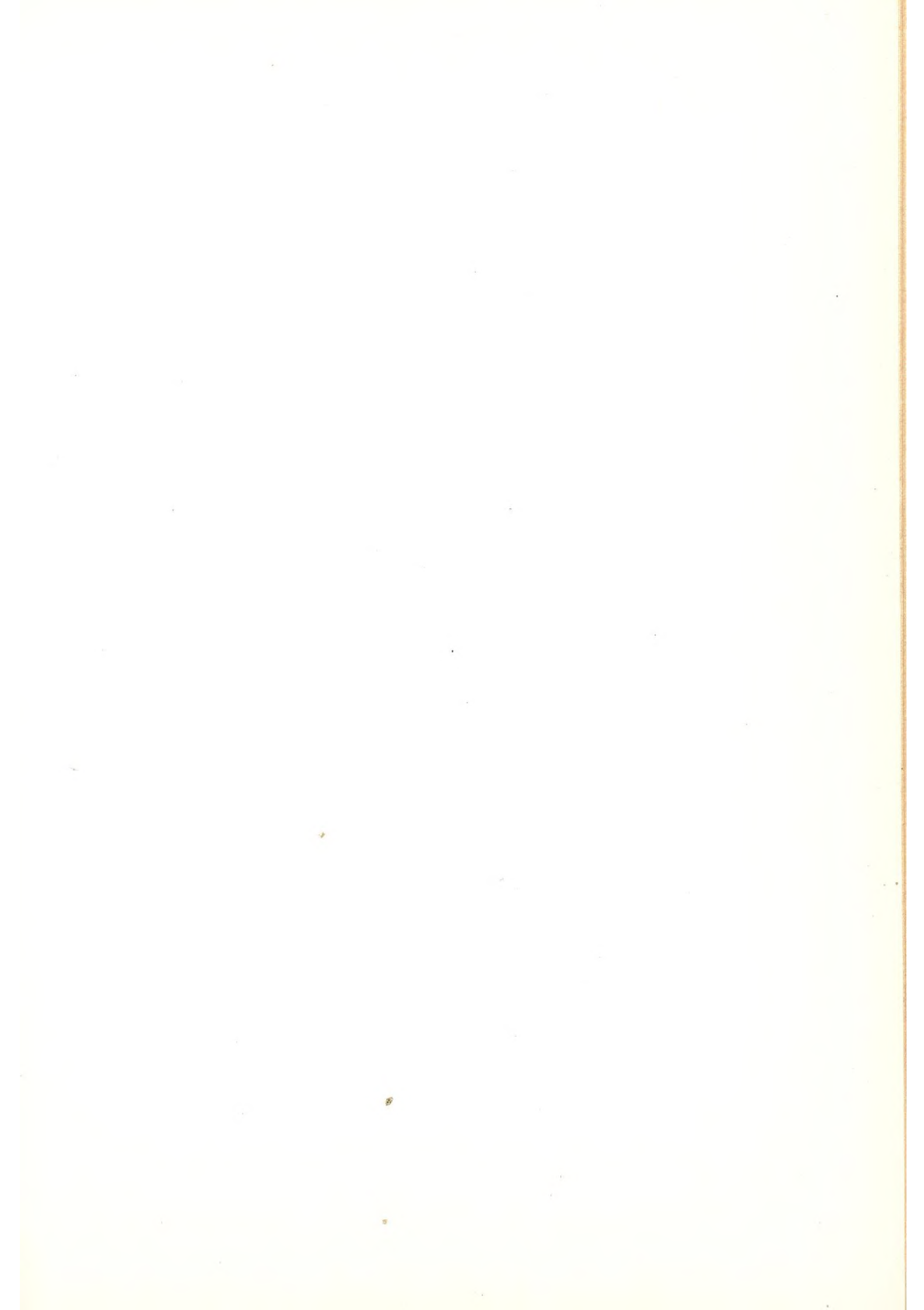


Ugyanúgy, mint a nagy teljesítőképességű számítógépek, az Olvasó által épített összeadó is csak olyan adatokat fogad el, alakít át és szolgáltat vissza, amelyek a logikai gépek sajátos nyelvezetén, a bináris nyelven vannak kifejezve.

Az Olvasó is építhet egy kis számológépet, melynek struktúrája a fent említett struktúrát követi, ha az összeadóhoz hozzákapcsolja a decibin és a binadec átalakítókat:



Feladat- megoldások

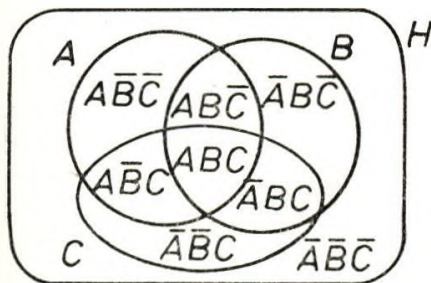


A feladatok megoldásához akkor adtunk további magyarázatot, amikor úgy éreztük, hogy az anyag jobb megértéséhez erre szükség volt. Sok esetben azonban az Olvasó aktív gondolkodásának ellenőrzését elegendőnek tartottuk.

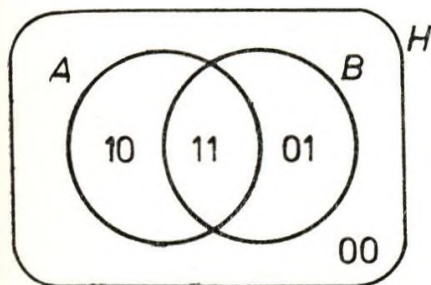
1. AB azoknak a dolgoknak a halmaza, amelyek teljesítik mind az α , mind a β feltételt;

$\bar{A}\bar{B}$ azoknak a dolgoknak a halmaza, amelyek nem teljesítik az α feltételt, és teljesítik a β feltételt; $\bar{A}B$ azoknak a dolgoknak a halmaza, amelyek sem az α , sem a β feltételt nem teljesítik.

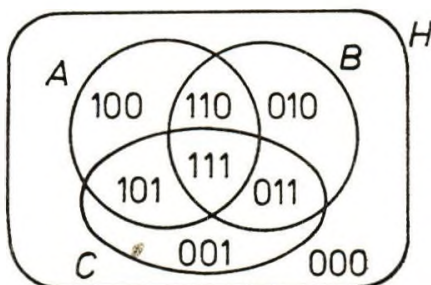
2.



3. A szöveg előző két ábráján az egyes területeket definiáló betűk helyére 1-et, ill. 0-át kell írni aszerint, hogy a betűk a feltétel teljesítését (felülvonás nélkül), ill. a nem teljesítését (felülvonással) jelzik:

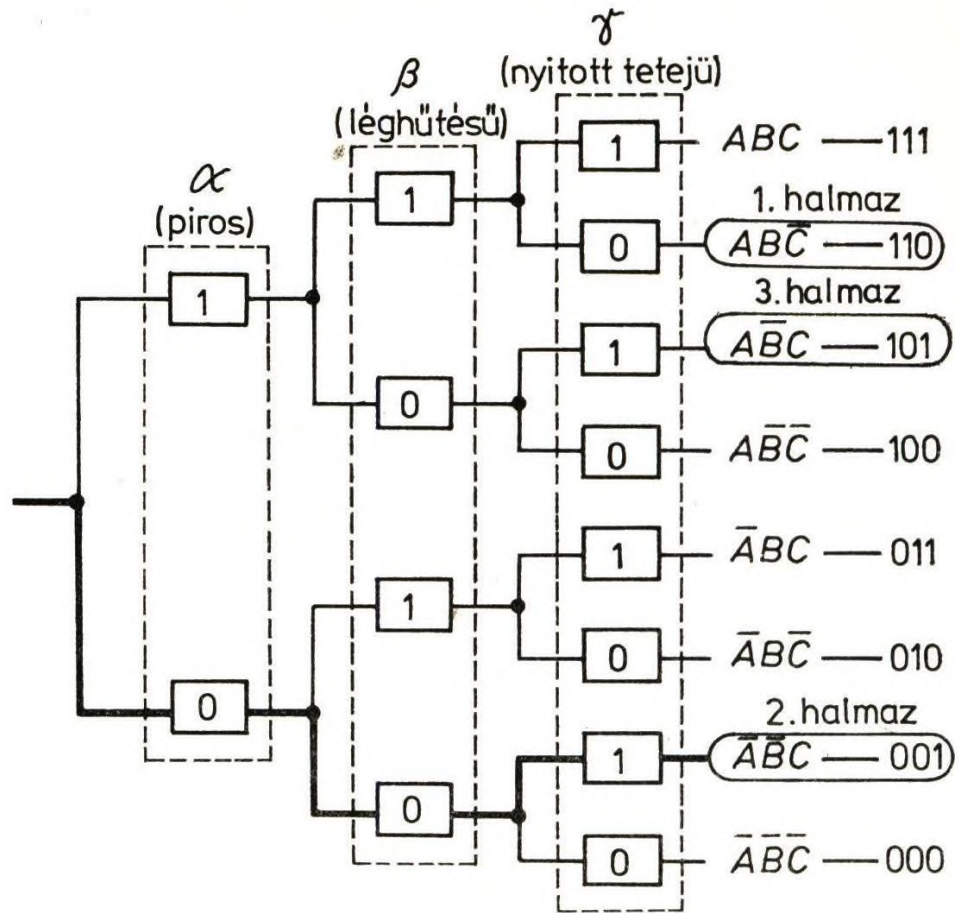


Két feltétel a H halmazon.



Három feltétel a H halmazon.

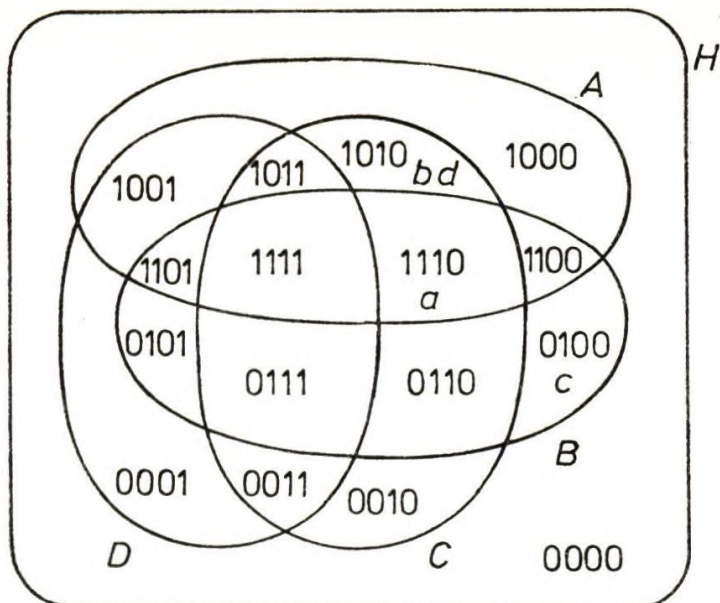
4. a) Mivel ebben a feladatban is a szöveghez hasonlóan három feltétel van, a fa-diagram a szövegben szereplő fa-diagrammal azonos.



b) A megfelelő kimenetek eléréséhez végig kell mennünk a fa-diagramon, a meghatározások szerint. Vegyük pl. 2. halmaz meghatározását: a nem piros autók $\alpha = 0$ ágon vannak, a vízűtésű (azaz nem légűtésű) autók a $\beta = 0$ ágon vannak

($\alpha = 0$ már kiválasztotta β alsó két ágát, ezek közül a 0-án megyünk tovább), végül a nyitható tetejű autók a $\gamma = 1$ ágon vannak (hasonlóan γ nyolc ágából itt csak az alsó kettő közül kell válogatni). Itt jutottunk el az $\bar{A}\bar{B}C$ kimenethez, amelynek értéke 001, ami éppen a követett ágak értékét adja a követés sorrendjében. A kimenő jel értéke logikusan is végiggondolva nyilvánvaló: a nem piros ($\bar{A}$), nem légűtésű ($\bar{B}$), nyitható tetejű autó (C) az $\bar{A}\bar{B}C$ halmazban van.

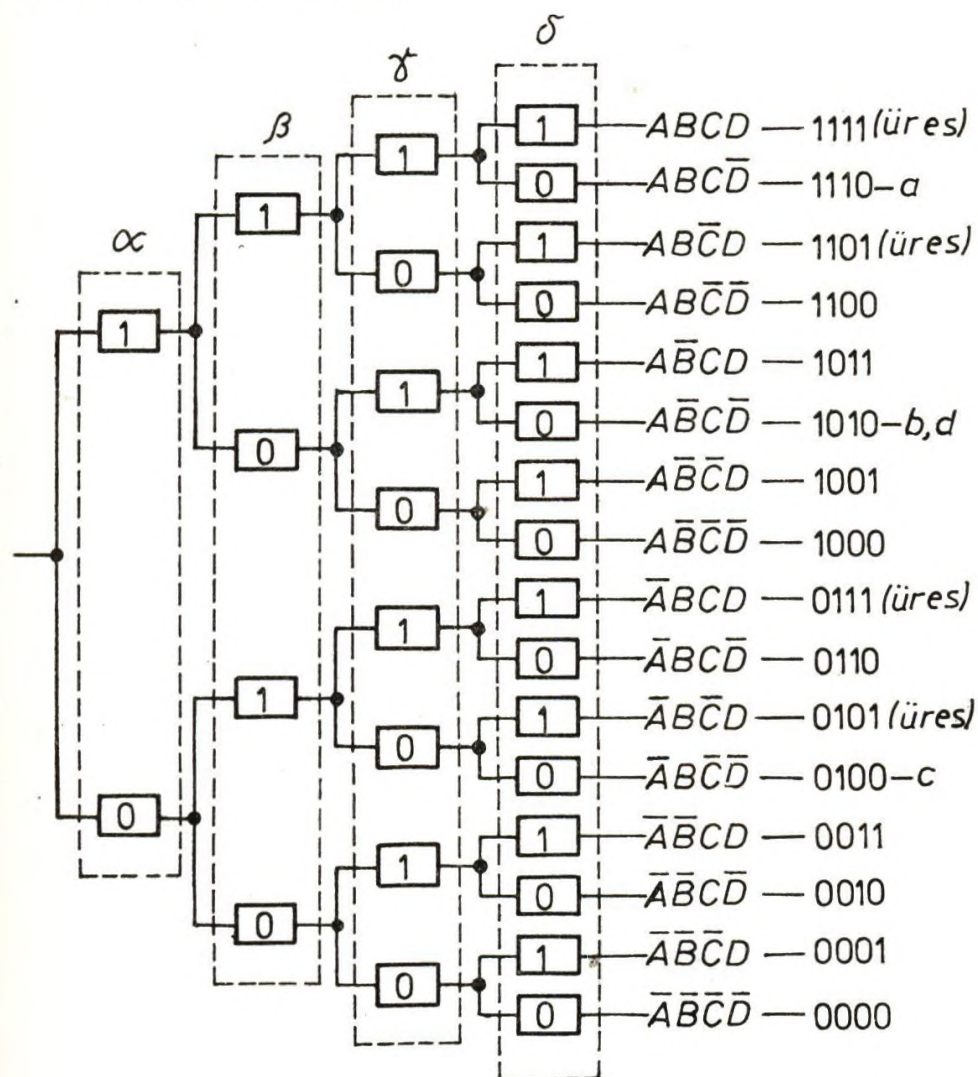
5. 1.



3. Legyenek a feltételek a következők (a halmazok definícióinak megfelelően):

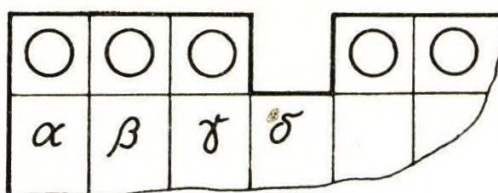
α x nagykorú lakos; β x férfi lakos; γ x 1,60 m-nél magasabb lakos;
 δ x áruházi eladónő.

Ekkor a fa-diagram a következő:

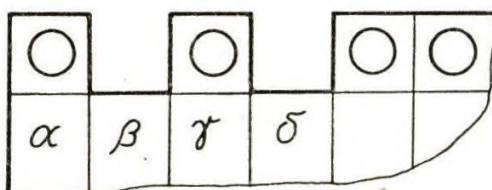


4. A 3. pont jelöléseivel

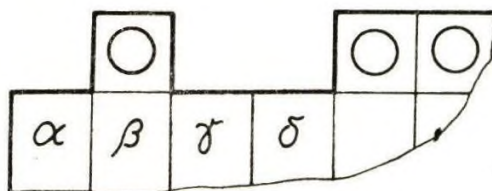
- az ügyvéd kartotéklapja:



- a tanítónő kartotéklapja:



- a tanuló kartotéklapja:

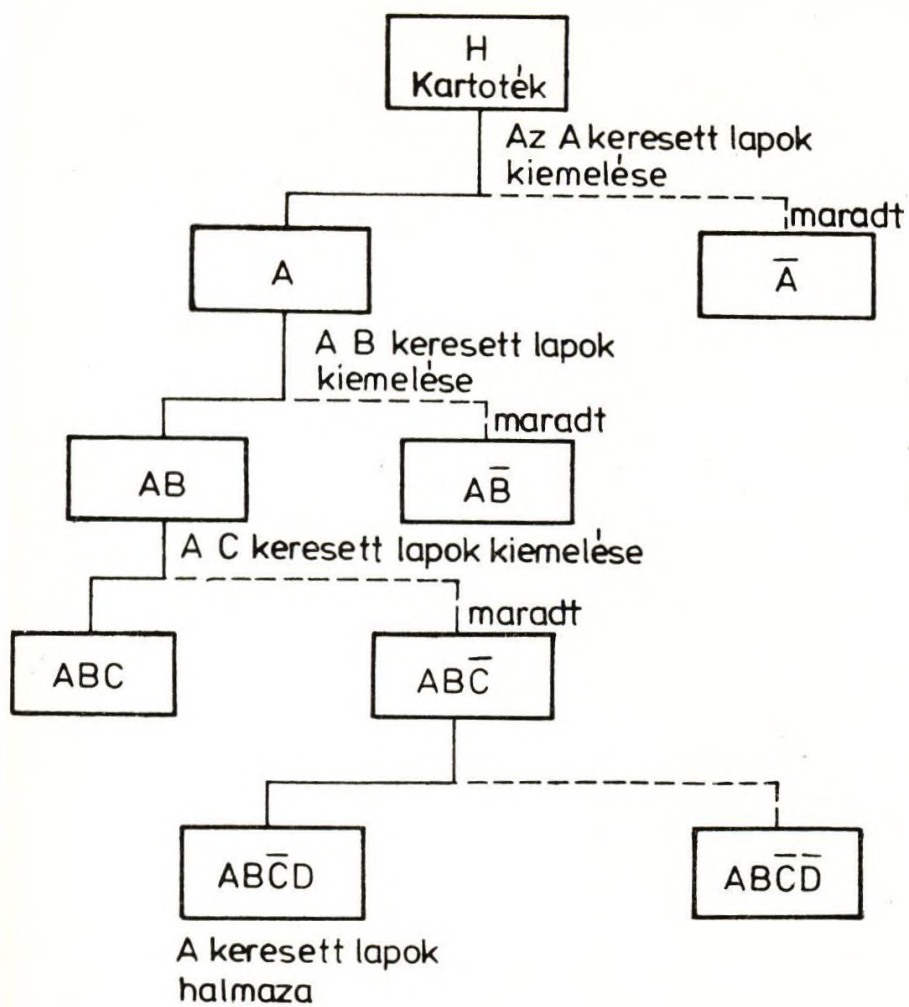


- a fűszeres (nő) lapja megegyezik a tanítónőével (vagyis a megadott szempontok alapján nem különíthetők el egymástól).

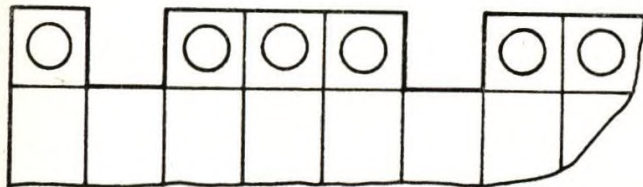
5. l. a 2, ill. 3. pont ábráit.

Megjegyzés: Figyeljük meg, hogy a β és δ feltételt teljesítő négy halmaz (amely tehát B-t és D-t felülvonás nélkül tartalmazza) biztosan üres lesz. Miért?

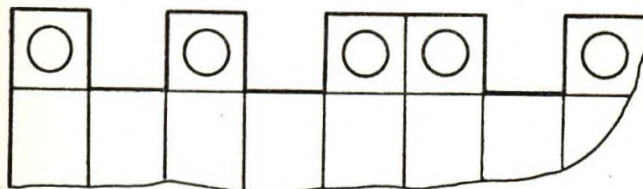
6. A kiemelés folyamatábrája lényegében egy fa-diagram, melynek csak a követett ágait rajzoljuk le. Egy-egy kiemélést követően vagy a megmaradt — az előző feltételt nem teljesítő — lapok közül, vagy a kiemelt — az előző feltételt teljesítő — lapok közül folytatódhat a kiemelés. Végül a keresett halmaz áll rendelkezésre. A következő ábrán az egyes kiemelt, ill. megmaradó halmazok tulajdonságait jelöltük be:



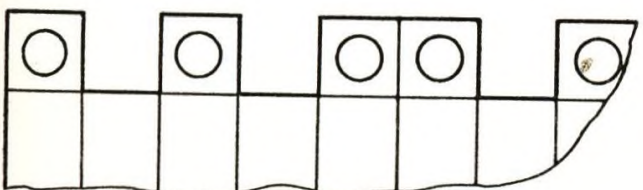
7. Tölgy:



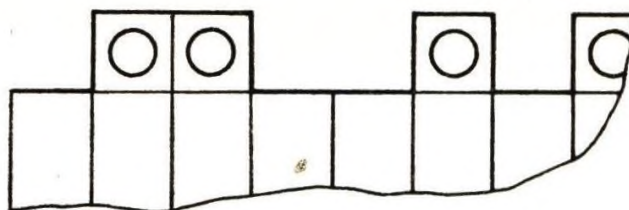
Szelídgesztenye:



Juhar:



Vadgesztenye:



Megjegyzés: Az osztályozás alapjai megismerhetők pl. *Simon—Csapody*: Kis növényhatározó. Tankönyvkiadó, Budapest, 1969 c. könyvből.

8.

9. Ha a „hosszú haj” elég egyértelmű meghatározás, a megadott feltétel a „hosszú hajúak” halmazát határozza meg. Határesetekben azonban a szemlélő szubjektív véleményétől függ, hogy az alanyt melyik halmazba helyezi, ezért a feltételt nem tekinthetjük alkalmasnak halmazképzésre.

10. ● Egy.

● Maga az eredeti kijelentés:

$$\bar{a} = a.$$

11. 1. $a = 1$

$$b = 0$$

$$c = 1$$

$$d = 0$$

$$e = 1$$

2. $\bar{a}$ = Budapest nem magyar város.

$\bar{b}$ = Az igazgató nem 6. osztályos tanuló.

$\bar{c}$ = A Szajna nem Párizson át folyik.

$\bar{d}$ = Rubens festő.

$\bar{e}$ = Bécs Olaszország fővárosa.

$$\bar{a} = 0$$

$$\bar{b} = 1$$

$$\bar{c} = 0$$

$$\bar{d} = 1$$

$$\bar{e} = 0$$

12. 1.

a	$a \wedge a$	a	$a \vee a$
1	1	1	1
0	0	0	0
a	$a \wedge \bar{a}$	a	$a \vee \bar{a}$
1	0	1	1
0	0	0	1

2. $a \wedge a \Leftrightarrow a$ $a \wedge \bar{a}$ mindig 0

$a \vee a \Leftrightarrow a$ $a \vee \bar{a}$ mindig 1

(Az e pontban leírtakat érdemes megjegyezni!)

13.

a	b	$a \wedge b$
1	1	0
1	0	1
0	1	0
0	0	0

a	b	$\bar{a} \wedge b$
1	1	0
1	0	0
0	1	1
0	0	0

a	b	$\bar{a} \wedge \bar{b}$
1	1	0
1	0	0
0	1	0
0	0	1

a	b	$a \vee \bar{b}$
1	1	1
1	0	1
0	1	0
0	0	1

a	b	$\bar{a} \vee b$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

a	b	$\bar{a} \vee \bar{b}$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	1

14. ● $a \vee b \Leftrightarrow (a \wedge \bar{b}) \vee (\bar{a} \wedge b)$

Igazolás:

a	b	$a \vee b$	a	b	$a \wedge \bar{b}$	$\bar{a} \wedge b$	$(a \wedge \bar{b}) \vee (\bar{a} \wedge b)$
1	1	0	1	1	0	0	0
1	0	1	1	0	1	0	1
0	1	1	0	1	0	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0

Mivel a két oldalhoz tartozó igazságtáblázatok utolsó oszlopa azonos, a kifejezések is egyenlő logikai értékűek.

● $(a \Leftrightarrow b) \Leftrightarrow (a \vee \bar{b}) \wedge (\bar{a} \vee b)$

Az igazolást az Olvasóra bízunk.

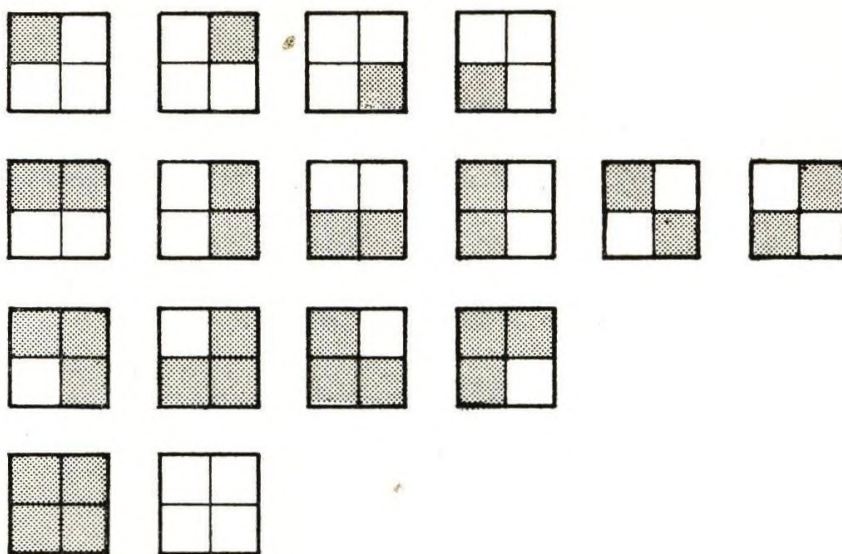
15. A 14. példa eredményei alapján:

a	b	$a \vee b$	$\bar{a} \vee \bar{b}$	$a \Leftrightarrow b$
1	1	0	1	1
1	0	1	0	0
0	1	1	0	0
0	0	0	1	1

Az egyenlőség valóban fennáll.

16. Amint az előző ábrákból látható, külön-külön jelölhető egy-egy négyzet, ez 4 különböző eset. Két-két négyzetet 6-féleképpen, három-három négyzetet 4-féleképpen, a négy négyzetet együttesen is lehet jelölni, ill. lehet fehéren hagyni.

Ez összesen 16 különböző mód.



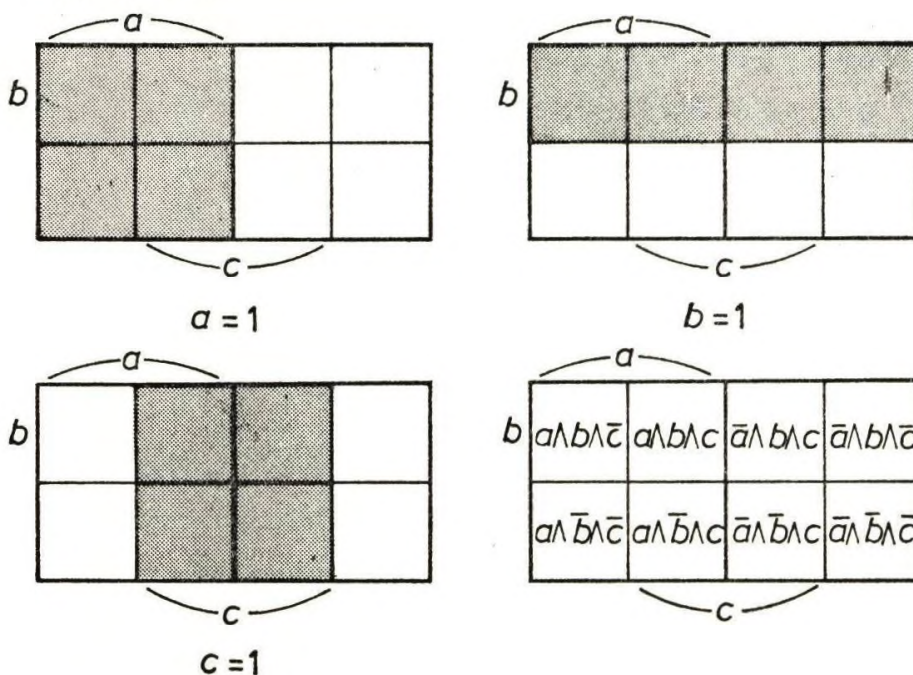
Megjegyzés: Matematikailag a fent felsorolt esetek a kombinatorika segítségével számíthatók ki: pl. az, hogy két-két négyzet külön jelzése összesen négyből hányféle módon történhet az ismétlés nélküli kombi-

náció képletével: $C_{n,k} = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$, számítható ki. Esetünkben $n = 4$,

$k = 2$, így $C_{4,2} = \frac{4!}{2!2!} = \frac{24}{4} = 6$ stb. Az összes lehetséges eset is

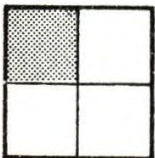
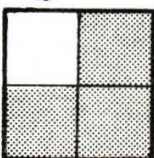
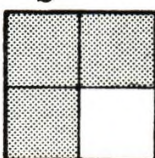
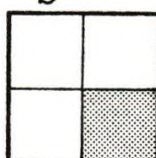
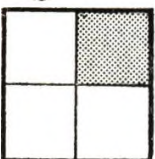
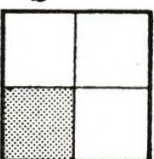
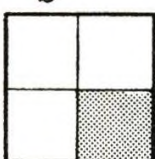
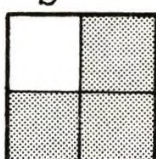
kiszámítható közvetlenül, mivel a binomiális tételből $\sum_{k=1}^n C_{n,k} = 2^n$, esetünkben $2^4 = 16$.

17. Az ab , b , ill. c jelölések magyarázataképpen először az $a = 1$, $b = 1$, ill. $c = 1$ eseteket ábrázoltuk (a kijelentés igaz voltát a továbbiakban is 1-gyel jelöljük).



a			
$a \wedge b \wedge \bar{c} \wedge \bar{d}$	$a \wedge b \wedge c \wedge \bar{d}$	$\bar{a} \wedge b \wedge c \wedge \bar{d}$	$\bar{a} \wedge b \wedge \bar{c} \wedge \bar{d}$
$a \wedge b \wedge \bar{c} \wedge d$	$a \wedge b \wedge c \wedge d$	$\bar{a} \wedge b \wedge c \wedge d$	$\bar{a} \wedge b \wedge \bar{c} \wedge d$
$a \wedge \bar{b} \wedge \bar{c} \wedge d$	$a \wedge \bar{b} \wedge c \wedge d$	$\bar{a} \wedge \bar{b} \wedge c \wedge d$	$\bar{a} \wedge \bar{b} \wedge \bar{c} \wedge d$
$a \wedge \bar{b} \wedge \bar{c} \wedge \bar{d}$	$a \wedge \bar{b} \wedge c \wedge \bar{d}$	$\bar{a} \wedge \bar{b} \wedge c \wedge \bar{d}$	$\bar{a} \wedge \bar{b} \wedge \bar{c} \wedge \bar{d}$
c			

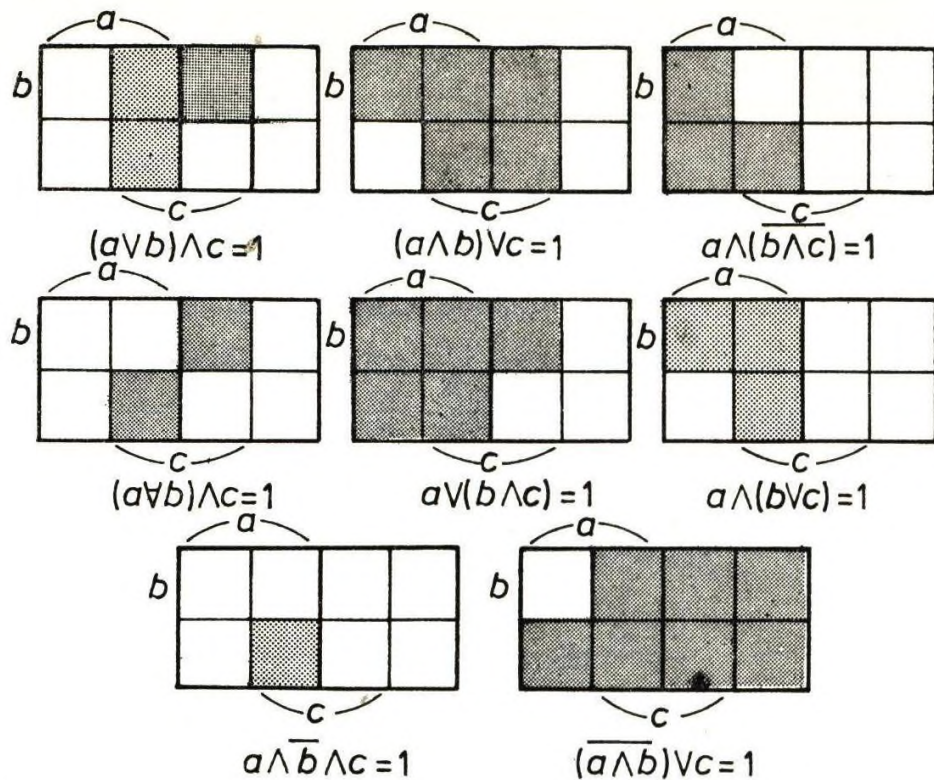
(Jól megfigyelhető a hasonlóság a 2., ill. 5. feladatban megrajzolt Venn-diagrammal.)

b	b	b	b
a	a	a	a
			
$a \wedge b = 1$	$\bar{a} \wedge \bar{b} = 1$	$a \vee b = 1$	$\bar{a} \vee \bar{b} = 1$
b	b	b	b
a	a	a	a
			
$a \wedge \bar{b} = 1$	$\bar{a} \wedge b = 1$	$\bar{a} \wedge \bar{b} = 1$	$\bar{a} \vee \bar{b} = 1$

18. Figyeljük meg, hogy $\overline{a \wedge b} \Leftrightarrow \bar{a} \vee \bar{b}$, ill., hogy $\overline{a \vee b} \Leftrightarrow \bar{a} \wedge \bar{b}$.

19. L. a 18. feladat megoldását.

20.

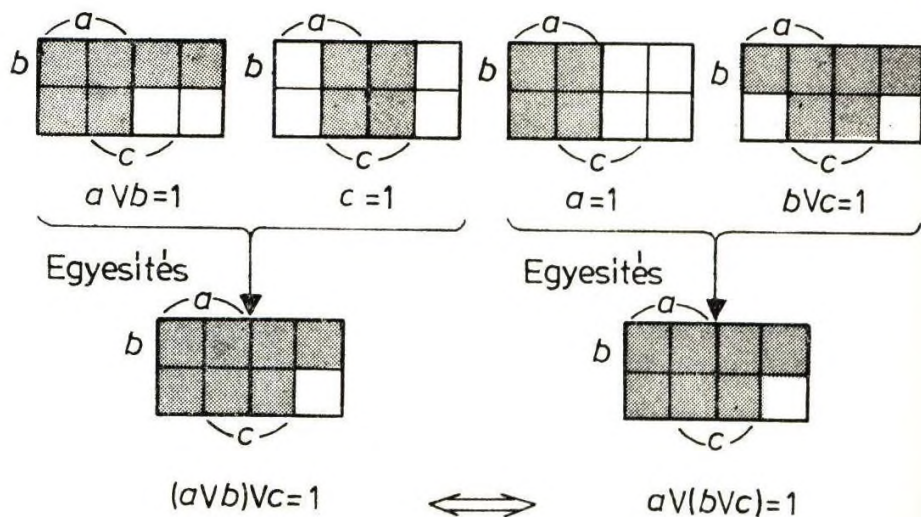


21. A $\wedge$ művelet asszociativitását mutassuk ki igazságtáblázattal:

a	b	c	$a \wedge b$	$(a \wedge b) \wedge c$	$b \wedge c$	$a \wedge (b \wedge c)$
1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0

valóban $(a \wedge b) \wedge c$ oszlopa megegyezik $a \wedge (b \wedge c)$ oszlopával.

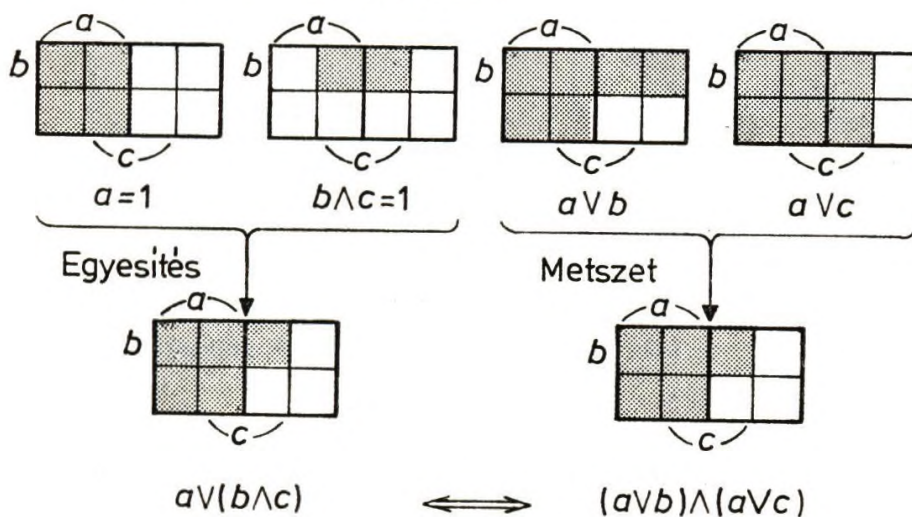
A $\vee$ művelet asszociativitását mutassuk ki Veitch-diagrammal:



22.

a	b	c	$b \vee c$	$a \wedge (b \vee c)$	$a \wedge b$	$a \wedge c$	$(a \wedge b) \vee (a \wedge c)$
1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1	0	1
1	0	1	1	1	0	1	1
1	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

Valóban $a \wedge (b \vee c) \Leftrightarrow (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$



23. $(a+b) \cdot c = 1 \Leftrightarrow a+b = 1$ és $c = 1$

$$\left. \begin{array}{l} a=1 \text{ vagy } b=1 \\ a=1 \text{ vagy } b=0 \\ a=0 \text{ vagy } b=1 \end{array} \right\} \text{ és } c=1$$

$$a\bar{b} + \bar{a}b = 1 \Leftrightarrow a\bar{b} = 1 \text{ vagy } \bar{a}b = 1$$

$$(a = 1 \text{ és } b = 0) \text{ vagy } (a = 0 \text{ és } b = 1)$$

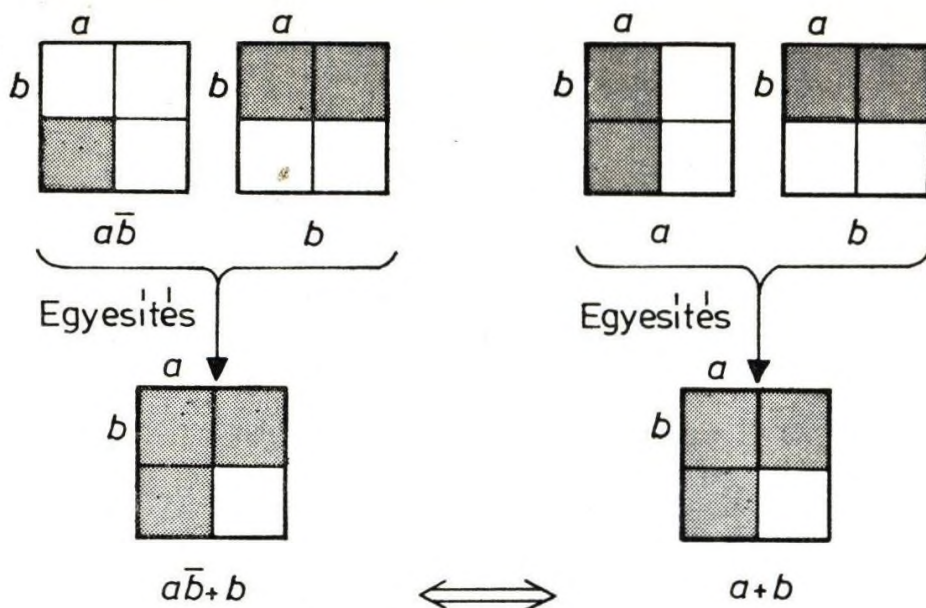
24. $(a+\bar{b}) \cdot b = a \cdot b + \bar{b}b$ (disztributivitás)

$$= a \cdot b, \text{ mivel } \bar{b} \cdot b = 0 \text{ (l. a 21. szakaszt).}$$

$$(a+b) \cdot (a+\bar{b}) = a + (b \cdot \bar{b}) \text{ (disztributivitás)}$$

$$= a \quad (b \cdot \bar{b} = 0).$$

A harmadik feladat bonyolultabbnak tűnik. Először más úton, Veitch-diagram segítségével oldjuk meg:



A bináris algebrai bizonyításhoz először be kell látnunk, hogy:

$$ab + b = b$$

Valóban $ab + b = b(a + 1)$ (disztributivitás, ill. $b \cdot 1 = b$, l. 21. szakaszt),
 $= b \cdot 1$ (mivel $a + 1 = 1$; l. 21. szakaszt).
 $= b$ (mivel $b \cdot 1 = b$).

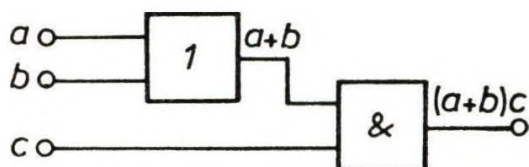
Ezután írhatjuk, hogy:

$$\begin{aligned} a\bar{b} + b &= a\bar{b} + ab + b \\ &= a(\bar{b} + b) + b \\ &= a \cdot 1 + b \\ &= a + b \end{aligned}$$

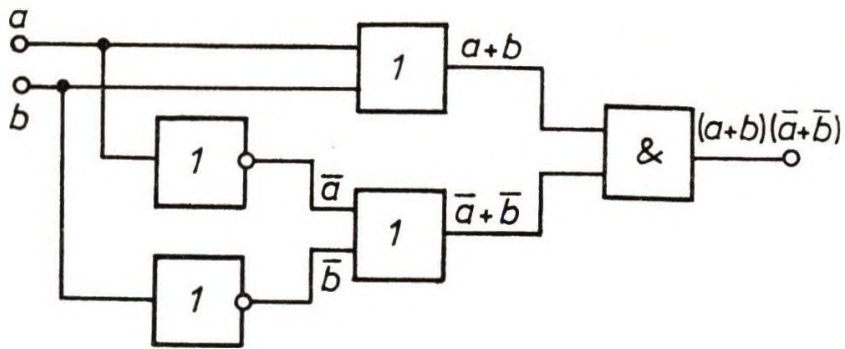
amit igazolni akartunk.

Érdemes végiggondolni mit is jelent a két utóbbi azonosság a halmaz-algebra keretei között. Például: egy részhalmaz (a) elemei között mindig megtaláljuk ugyanezen részhalmaz valamely további feltétellel szűkebbé tett „rész-részhalmazának” ($a \cdot b$) elemeit: $ab + b = b$ stb.

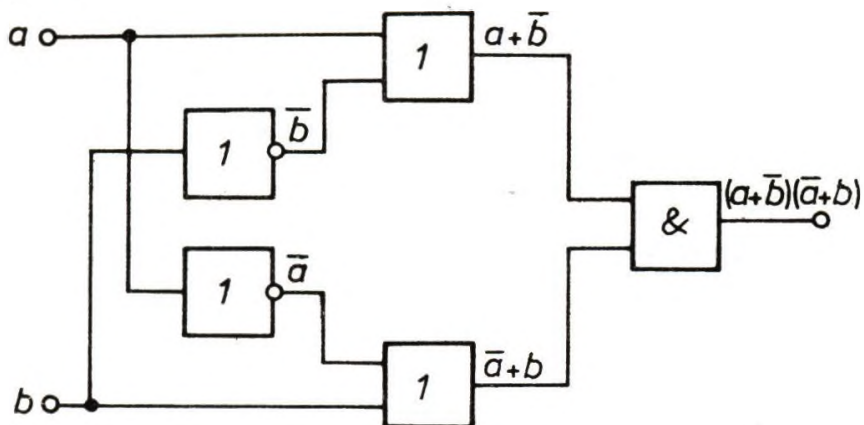
25. 1.



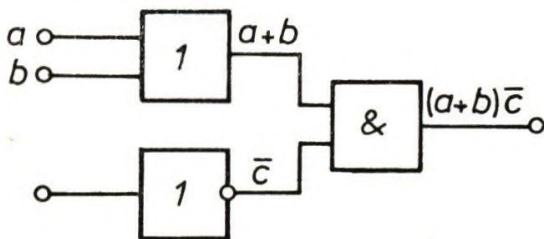
2.



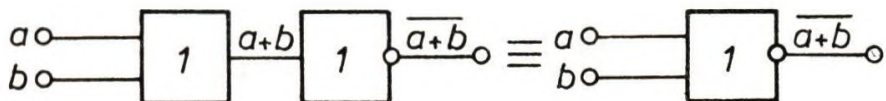
3.



4.

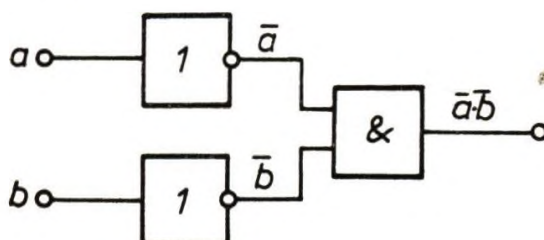


5.

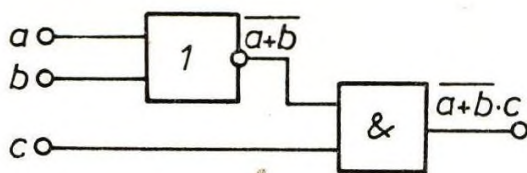


az $\overline{a+b}$ függvényt NEM—VAGY függvénynek is nevezik.

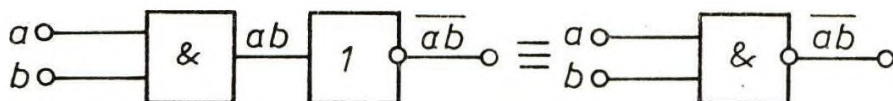
6.



7.



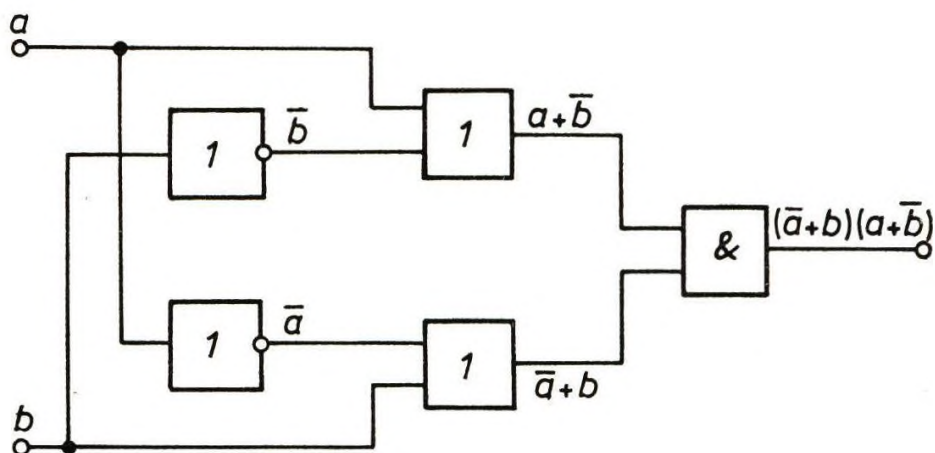
8.



Az $\overline{a \cdot b}$ függvényt NEM—ÉS függvénynek is nevezik.

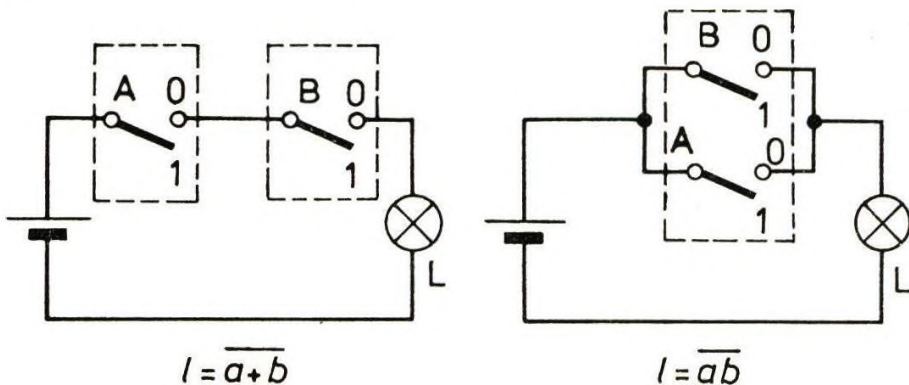
26. A kiegészítéseket az Olvasóra bízunk, itt csak a végeredményt, ill. az egyszerűsítés utáni új blokkvázlatokat ismertetjük:

1. $\overline{ab + c} (= \overline{ab} \cdot \overline{c} = (\overline{a} + \overline{b}) \cdot \overline{c})$, a De Morgan-törvények alapján. Nem kapunk azonban egyszerűbb blokkvázlatot e kifejezésekből).
2. $\overline{(a+b)c} (= \overline{a+b} + \overline{c} = \overline{a} \cdot \overline{b} + \overline{c})$, l. előbbi megjegyzést)
3. $\overline{ab + ab} = \overline{ab} \cdot \overline{ab} = (\overline{a} + \overline{b})(a + \overline{b})$. Ez már valamivel egyszerűbb blokk-diagramot ad:

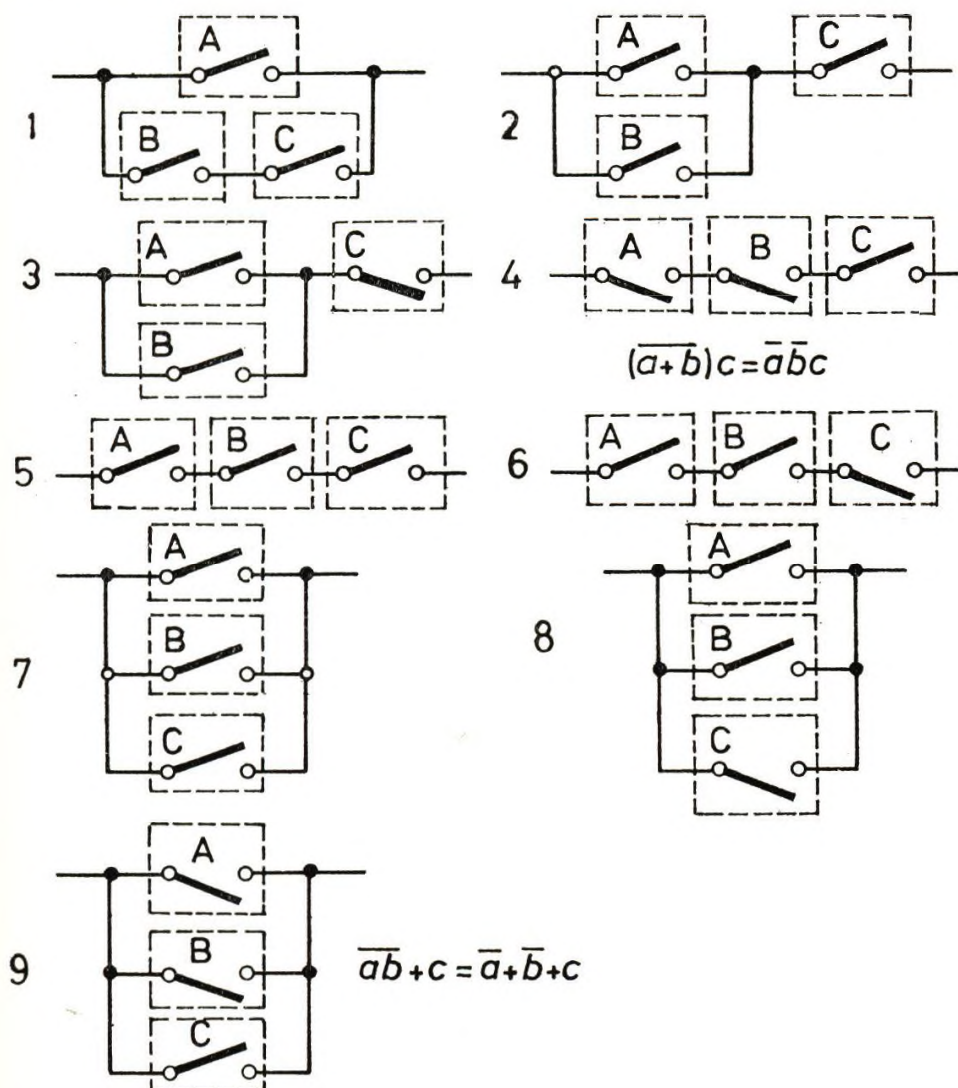


27. Kapcsolók segítségével összetett függvény negációját nem lehet közvetlenül megvalósítani, ezért először át kell térni olyan alakra, melyben legfeljebb a változók negációja szerepel:

$$\overline{a+b} = \overline{a} \cdot \overline{b}, \quad \text{ill.} \quad \overline{a \cdot b} = \overline{a} + \overline{b}, \quad \text{így:}$$

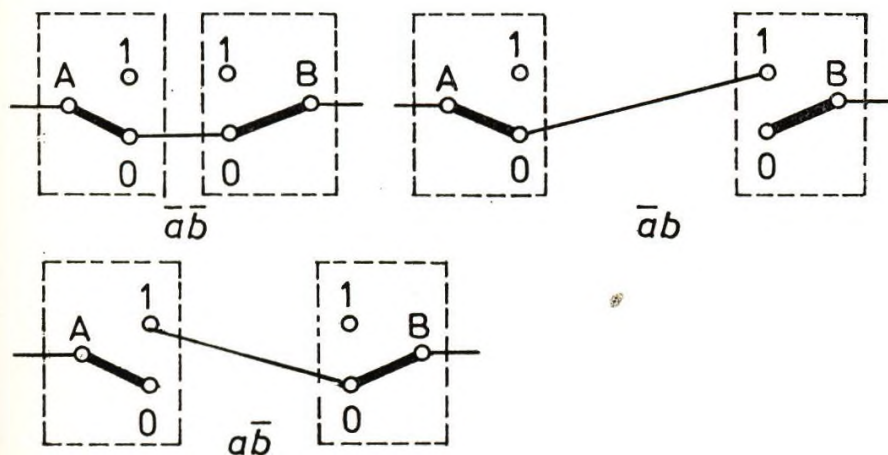


28. Az egyszerűség kedvéért az áramkörnek csak a generátor és a lámpa közé eső, a logikai függvényt megvalósító részét ábrázoljuk. A kapcsoló ábrázolt helyzete is egyértelműen megadja a 0, ill. 1 állapotot, így ezt sem jelöljük:

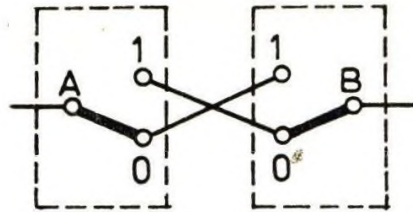


29. L. a 28. feladat megoldását!

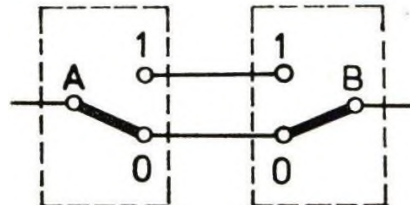
30. Az áramkör az ab függvényt valósítja meg. A további lehetséges ÉS függvények és a kapcsolás:



31.

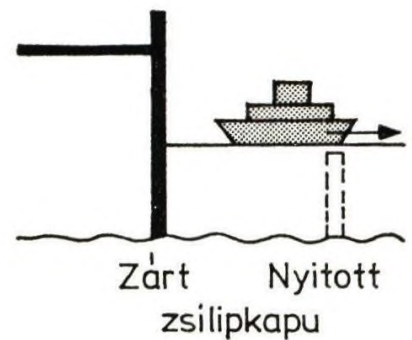
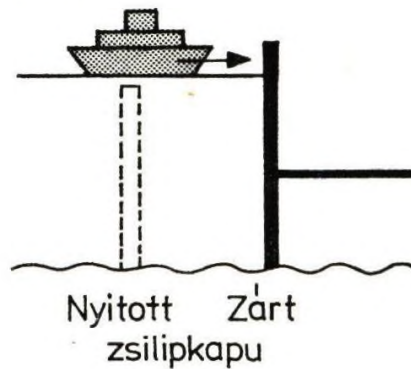


32.



33. A 31. feladat áramkörét kell megvalósítani.

Igazoljuk, hogy ennek az áramkörnek logikai struktúrája a zsilip logikai struktúrájával hasonlatos. Ez természetesen csak nagy mértékű egyszerűsítés mellett áll fenn: az átmeneti jelenségek — azaz a vízszint-kiegyenlítő — lezajlása után valóban két „aktív” állapot van, amikor a hajó továbbhaladhat: vagy az egyik zsilipkapu zárt és a másik nyitott, vagy pedig fordítva.

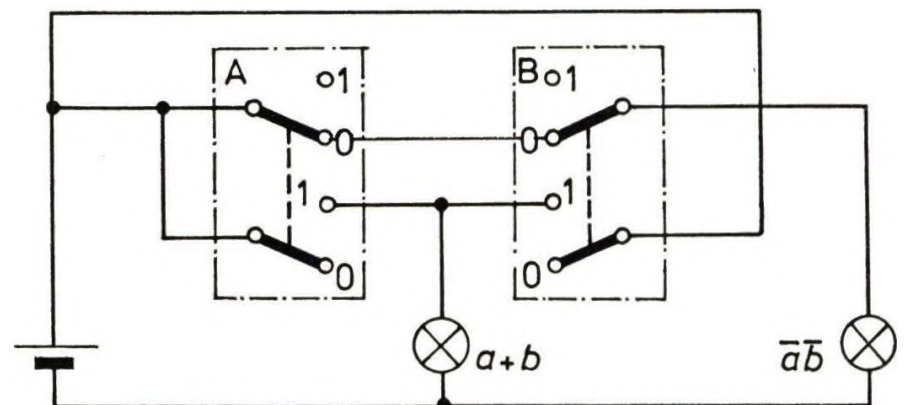


34. A 32. feladat áramkörét kell megvalósítani.

35.

36.

37. A gép vázlata, melyet meg kell építenie:



38.

39. A gép felépítése megegyezik a 34. szakaszban ismertetettel, azonban a kapcsolókhoz rendelt feltételek a következők:

$a = 1 \Leftrightarrow x$ két egymás melletti oldal azonos hosszúságú

$a = 0 \Leftrightarrow x$ két egymás melletti oldal nem azonos hosszúságú

$b = 1 \Leftrightarrow x$ két egymás melletti oldal merőleges egymásra

$b = 0 \Leftrightarrow x$ két egymás melletti oldal nem merőleges egymásra.

Az egyes lámpákhoz tartozó paralelogramma osztályok a következők:

Az 1L lámpa a négyzetek osztályát,

a 2L lámpa a rombuszok osztályát,

a 3L lámpa a téglalapok osztályát,

a 4L lámpa a romboidok osztályát képviseli.

40. Az ismeretek felfrissítéséhez tartozó ábra jelöléseivel: a négyszög $\overline{AC}$ átlója éppen kétszer akkora, mint a $\overline{QP}$, ill. az $\overline{MN}$ szakaszok, s azokkal párhuzamos, a $\overline{BD}$ átlója hasonló módon kétszer akkora, mint az $\overline{MQ}$, ill. az $\overline{NP}$ szakaszok, s azokkal párhuzamos (hasonló háromszögek).

Az előbbiekből következik, hogy az ismertett tétel, továbbá az előző feladatban megépített gép „használati utasítása” e feladatra:

$a = 1 \Leftrightarrow x$ átlói azonos hosszúságúak

$a = 0 \Leftrightarrow x$ átlói nem azonos hosszúságúak

$b = 1 \Leftrightarrow x$ átlói merőlegesek egymásra

$b = 0 \Leftrightarrow x$ átlói nem merőlegesek egymásra.

A lámpákhoz tartozó, szerkesztett paralelogrammák osztályai a következők:

Az 1L lámpa a négyzetek osztályát,

a 2L lámpa a téglalapok osztályát,

a 3L lámpa a rombuszok osztályát,

a 4L lámpa a romboidok osztályát képviseli.

41. Itt is csak az új használati utasítást kellene megírni. Az osztályok keresése azonban kudarcba fullad: a H -ra megadott feltételek — ha úgy értjük, hogy x valamely két egymás melletti oldala azonos hosszúságú vagy merőleges egymásra — nem választják szét a megadott szerkesztéssel kapott paralelogrammákat (a 39. feladatban az azonos feltételek paralelogrammára vonatkoztak, ami kiterjesztette a feltételekben megadottakat mind a négy oldalra). Ha itt az eredeti feltételeket x bármely két egymás melletti oldalára terjesztjük ki, akkor gépünk osztályozni fog:

$a = 1 \Leftrightarrow x$ bármely két egymás melletti oldala azonos hosszúságú

$a = 0 \Leftrightarrow x$ nem mindegyik két egymás melletti oldala azonos hosszúságú

$b = 1 \Leftrightarrow x$ bármely két egymás melletti oldala merőleges egymásra

$b = 0 \Leftrightarrow x$ nem mindegyik két egymás melletti oldala merőleges egymásra

Az 1L lámpa a négyzetek osztályát,

a 2L lámpa a téglalapok osztályát,

a 3L lámpa a rombuszok osztályát,

a 4L lámpa a romboidok osztályát képviseli.

43. Még mindig az előző feladatok gépét alkalmazzuk (kétváltozós fa-diagram áramköréről van minden esetben szó!).

Az új használati utasítás:

$$A = 1 \Leftrightarrow a \neq 0$$

$$A = 0 \Leftrightarrow a = 0$$

$$B = 1 \Leftrightarrow b \neq 0$$

$$B = 0 \Leftrightarrow b = 0$$

Az 1L lámpa az elsőfokú egyenletek azon osztályát képviseli, amelyek

$$\text{megoldása } x = -\frac{b}{a},$$

a 2L lámpa az elsőfokú egyenletek azon osztályát képviseli, melyeknek gyöke 0,

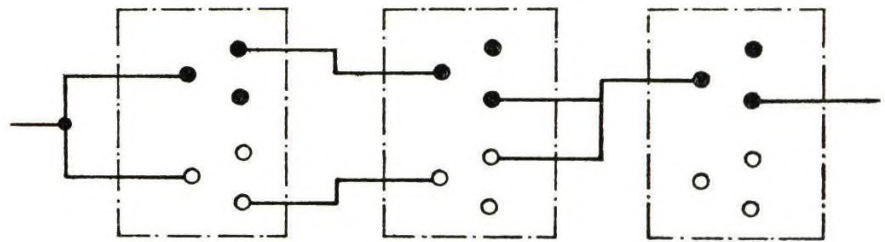
a 3L lámpa az elsőfokú egyenletek azon osztályát képviseli, melyeknek nincs gyöke,

a 4L lámpa az elsőfokú egyenletek azon osztályát képviseli, melyeknek minden szám megoldása.

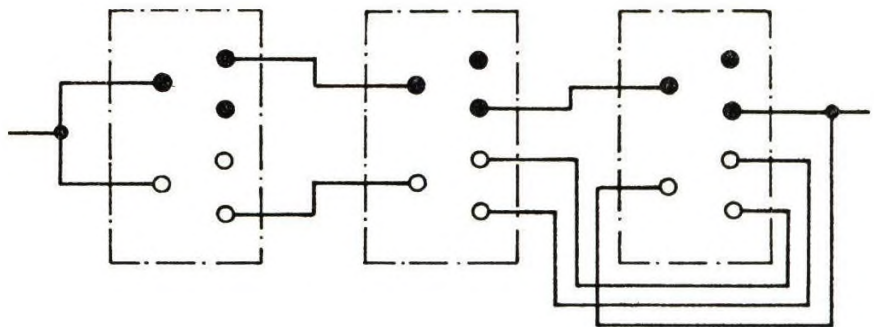
44.

45. A feladatok közül csak néhány komplikáltabb függvény egy lehetséges megvalósítását ismertetjük:

5.

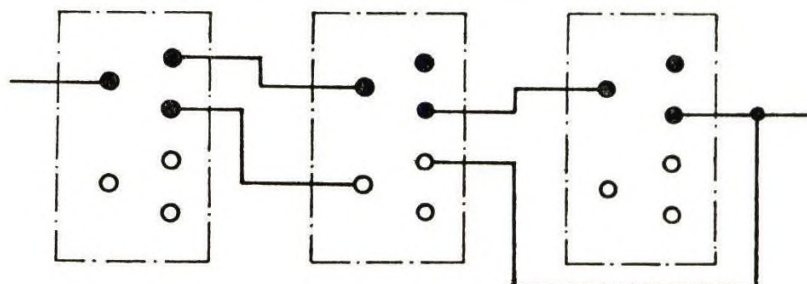


11.

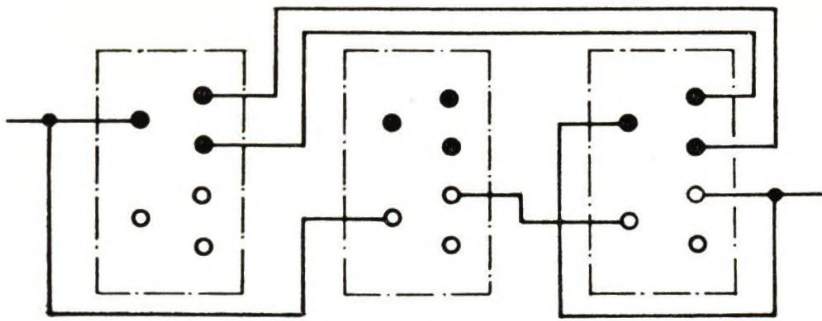


12. Megfigyelhető, hogy ez ugyanaz a függvény, mint a 11. pont alatti.

$$14. \bar{a}\bar{b}\bar{c} + \bar{a}b\bar{c} + \bar{a}bc = \bar{a}\bar{b}\bar{c} + \bar{a}b(\bar{c} + c) = \bar{a}\bar{b}\bar{c} + \bar{a}b$$

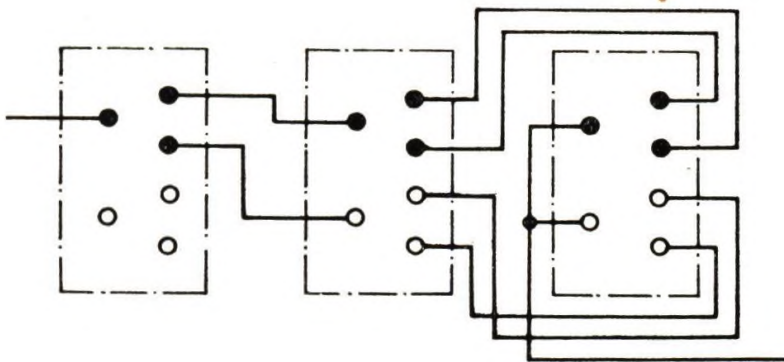


$$20. \overline{a}\overline{c} + bc + \overline{a}b\overline{c} = \overline{a}\overline{c} + c(b + \overline{a}b) = \overline{a}\overline{c} + c(b + \overline{a}) = \overline{a}\overline{c} + cb + c\overline{a}$$

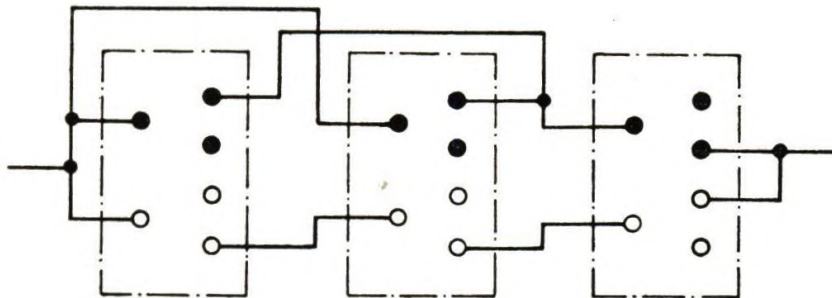


(l. a 24. feladat 3. példáját).

22.

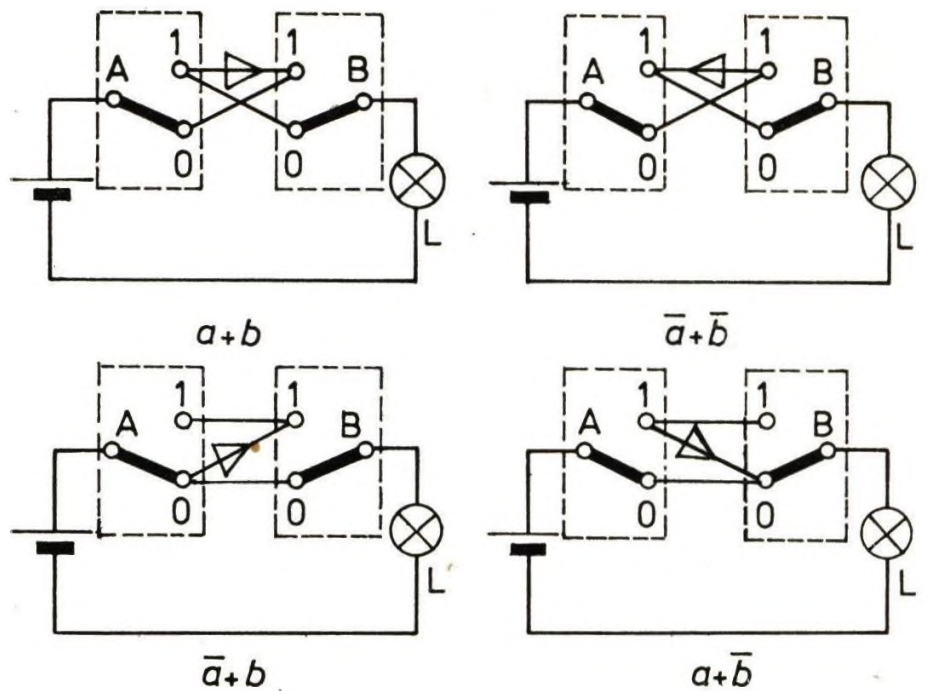


$$23. \overline{(a+b)c + \overline{a}b\overline{c}} = \overline{(a+b)c} \cdot \overline{\overline{a}b\overline{c}} = (\overline{a+b} + \overline{c}) \cdot (a + b + c) = (\overline{a} \cdot \overline{b} + \overline{c}) \times \\ \times (a + b + c) = \overline{a}\overline{c} + b\overline{c} + \overline{a}bc = (a+b)\overline{c} + \overline{a}bc$$



46.

47.



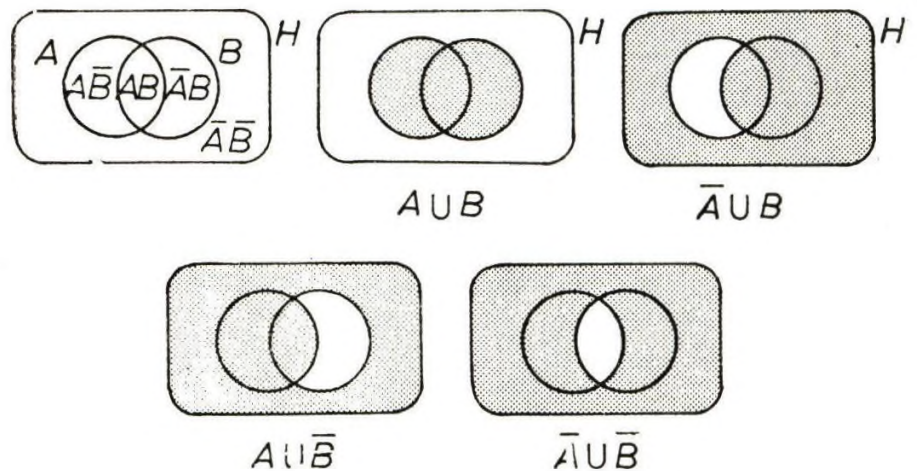
48.

49. A következő három feladatban az előállított gép kivitele megegyezik a megoldott példában ábrázolt kivitellel. Megtartjuk a kapcsolók és a lámpák ott megadott részhalmazokhoz való hozzárendelését:

$OL \Leftrightarrow \bar{A}\bar{B}$, $1L \Leftrightarrow \bar{A}B$, $2L \Leftrightarrow A\bar{B}$, $3L \Leftrightarrow AB$, ill. $a \Leftrightarrow A$ és $b \Leftrightarrow B$.

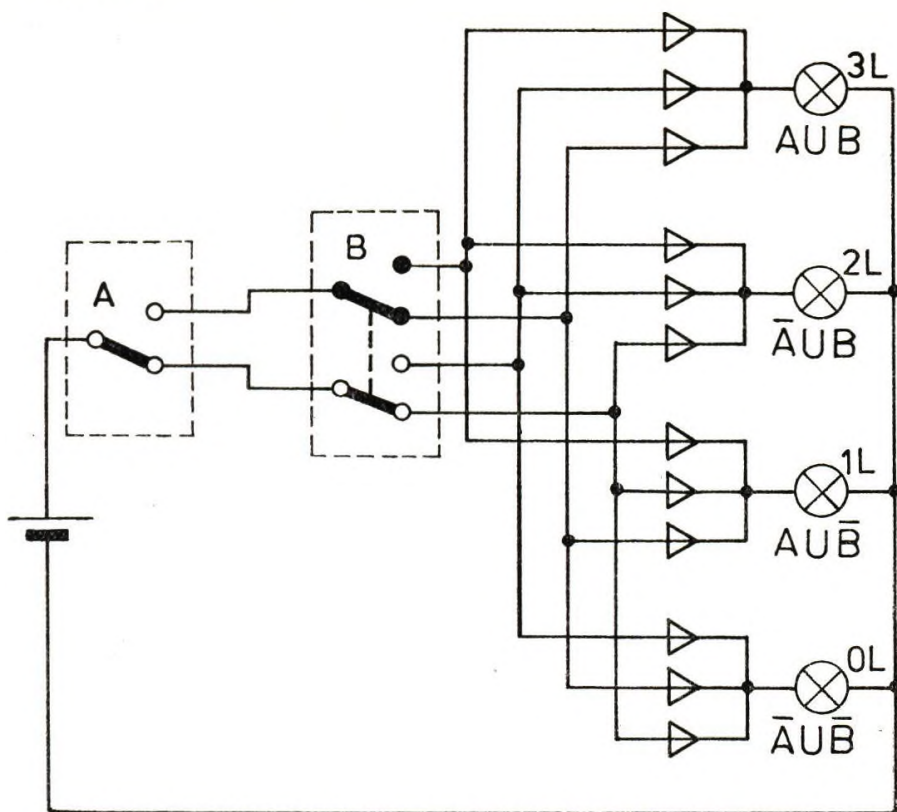
A logikai megoldást akár Venn-, akár Veitch-diagramon leolvashatjuk, mivel egy-egy mező tartozik egy-egy lámpához.

Esetünkben:

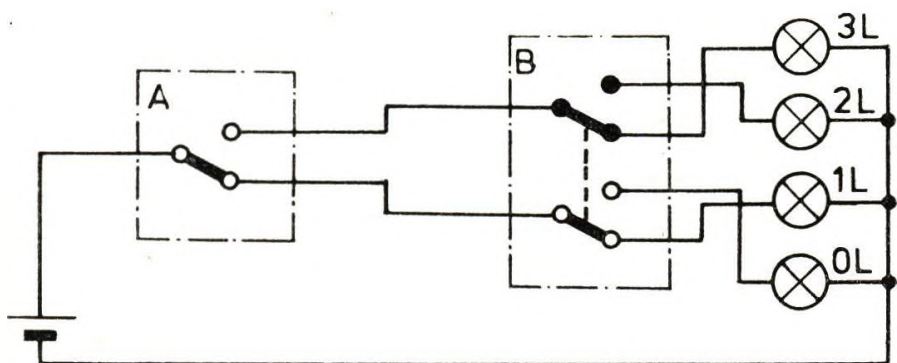


Látható, hogy minden esetben 3 lámpának kell kigyulladnia, ezért szükségesek a diódák.

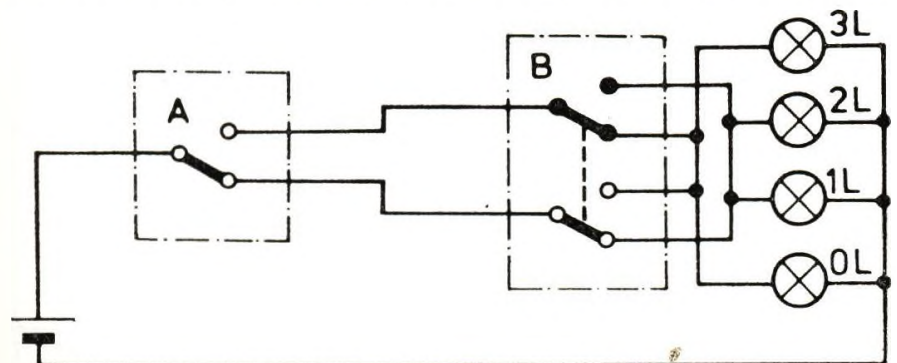
A kapcsolás:



50. A kapcsolás:

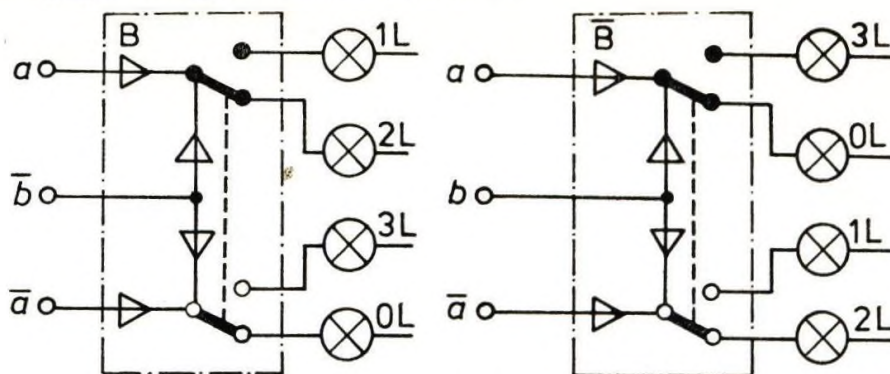


51. $A \circ B = \bar{A} \circ \bar{B} (= \bar{A}\bar{B} + \bar{A}\bar{B})$ ill. $\bar{A} \circ B = A \circ \bar{B} (= AB + \bar{A}\bar{B})$ így a kapcsolás:



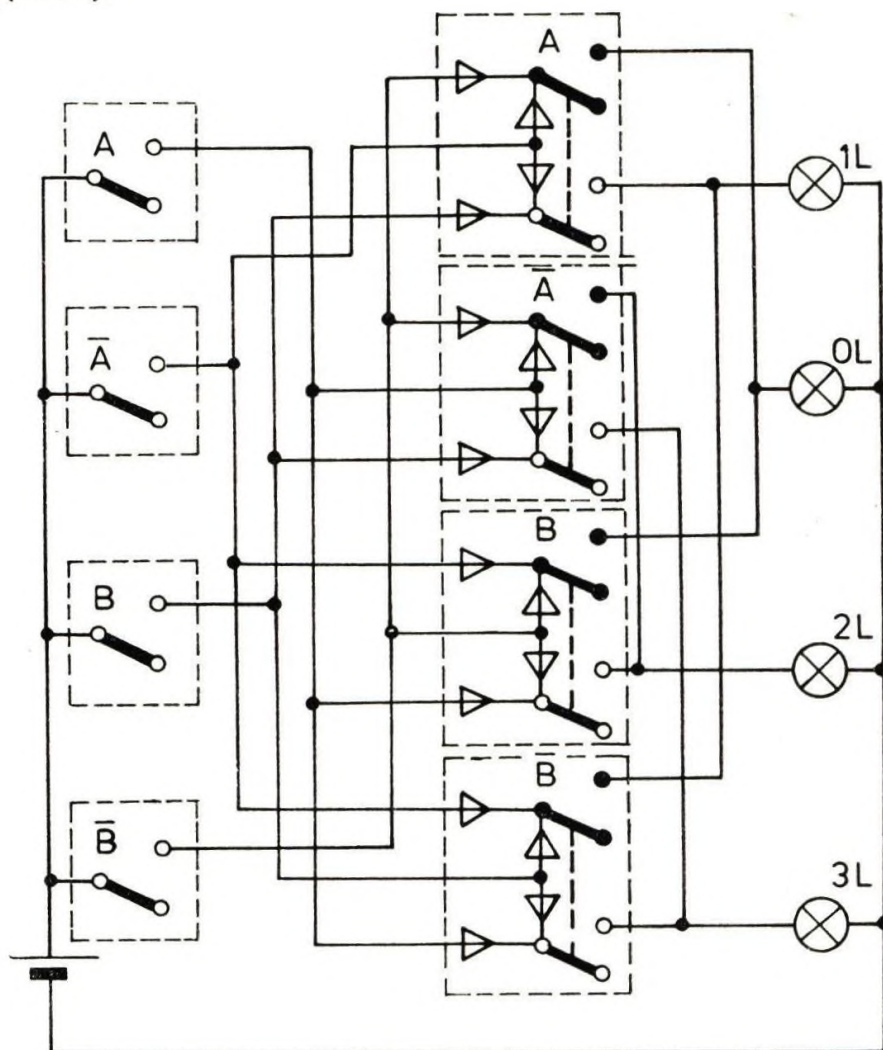
52.

53. A már ismertetett kétáramkörös kapcsolók összekötései mellett megadjuk a hiányzó másik kettőt, B és $\bar{B}$ -t:



54. Mivel $\forall A \subset H: A \setminus A = \emptyset$, négy művelethez nem tartozik összekötés. Mivel $\forall A \subset H: A \setminus \bar{A} = A$, célszerű a kétáramkörös kapcsolók diódákkal áthidalt közös pontjára — amely egyidejűleg két lámpa felgyulladását is lehetővé teszi — a következő módon csatlakozni az egyáramkörös kapcsolók felől: A-tól $\bar{A}$ felé, $\bar{A}$ -tól A felé, B-től $\bar{B}$ felé és $\bar{B}$ -tól B felé (ui. A, $\bar{A}$ stb. 2 lámpa bekapcsolását jelenti, míg a maradék nyolc művelet egyetlen lámpa gyújtását kívánja).

A kapcsolás egyébként a metszeteket megvalósító áramkörhöz hasonló (miért?):



55. Itt $\forall A \in H: A \circ A = \emptyset$, és $A \circ \bar{A} = 1$.

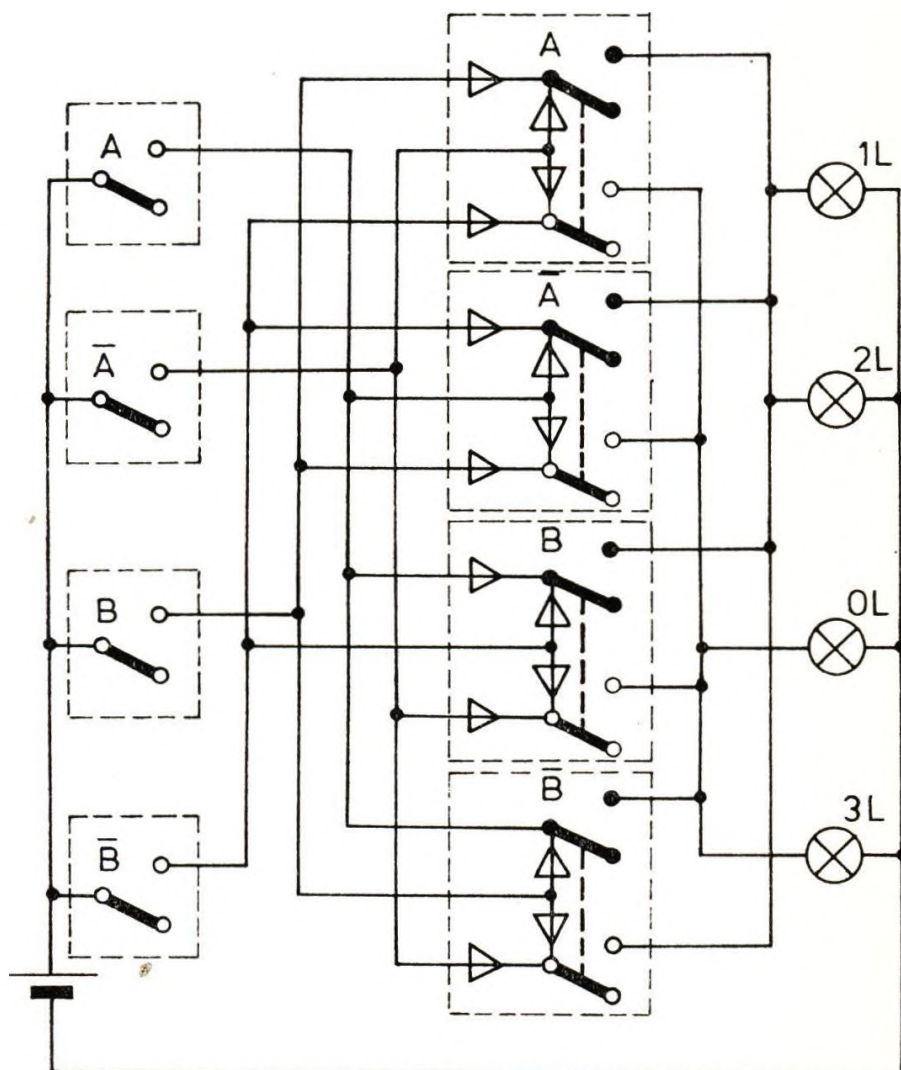
A második egyenlőségből következik, hogy négy művelet esetében mind a négy lámpát be kell kapcsolni, az elsőből viszont az, hogy az 53. feladatban alkalmazott eljárás, amely az $f(\bar{x})$ áramkört a kapcsoló 0 kimenetéről táplálta, itt nem alkalmazható (ui. pl. az $A \circ A$ műveletnél az $\bar{a}$, b és $\bar{b}$ két-áramkörös kapcsolók alapállapotban vannak, tehát kimenetük 0 és ekkor egyetlen egy lámpa sem éghet).

Ha felírjuk a szimmetrikus differenciákhoz a bekapcsolandó lámpákat, a következő táblázatot kapjuk:

A	A	—
A	$\bar{A}$	0123
A	B	12
A	$\bar{B}$	03
$\bar{A}$	A	0123
$\bar{A}$	$\bar{A}$	—
$\bar{A}$	B	03
$\bar{A}$	$\bar{B}$	12
B	A	12
B	$\bar{A}$	03
B	B	—
B	$\bar{B}$	0123
$\bar{B}$	A	03
$\bar{B}$	A	12
$\bar{B}$	B	0123
$\bar{B}$	$\bar{B}$	—

Megfigyelhető, hogy csak kettesével, ill. négyesével szerepelnek a lámpák, és a kettes csoportok csak kétfélék: 03 és 12.

Így adódik a következő kapcsolás:



56. A tízes számrendszerben a helyiértékek 10 növekvő hatványai:

helyiérték	10^3 1000	10^2 100	10^1 10	10^0 1
alaki érték	2	4	7	3

vagyis pl. a 4 számjegy alaki értéke 4, de a számon belül elfoglalt helye alapján helyiértéke 400. Így a felírt szám $2 \cdot 1000 + 4 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 3 \cdot 1 = 2473$. Az alaki érték 0-tól 9-ig, vagyis az alapnál — esetünkben 10-nél — eggyel kisebb értékig tart.

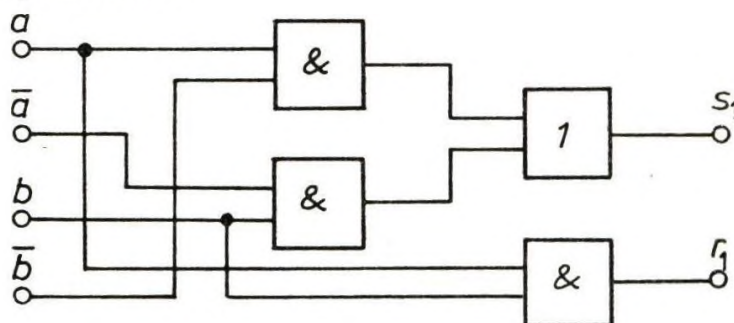
Hasonló módon a kettes számrendszerben a helyiértékek 2 növekvő hatványai, a számjegyek pedig 0 és 1, mivel az alapnál — esetünkben 2 — kisebb kell, hogy legyenek:

helyiérték	2^4 16	2^3 8	2^2 4	2^1 2	2^0 1
alaki érték	1	0	0	1	1

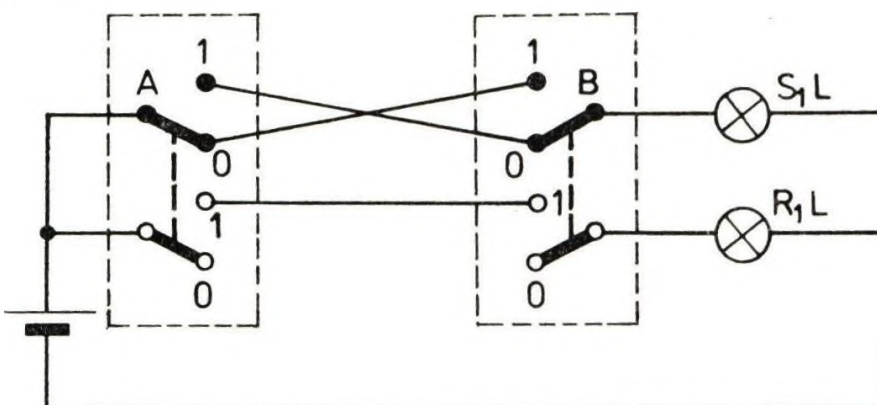
A felírt szám értéke $1 \cdot 16 + 0 \cdot 8 + 0 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 16 + 2 + 1 = 19$, vagyis $10011_2 = 19_{10}$, ahol az alsó indexek az alapot mutatják. Ezután a feladat megoldását az Olvasóra bízunk.

$$\begin{array}{lll}
 57. & 1+0 = 1 & 10+0 = 10 & 11+1 = 100 \\
 & 1+1 = 10 & 10+1 = 11 & 11+10 = 101 \\
 & 11+11 = 110 & 110+111 = 1101 \\
 & 100+101 = 1001 & 1001+111 = 10000
 \end{array}$$

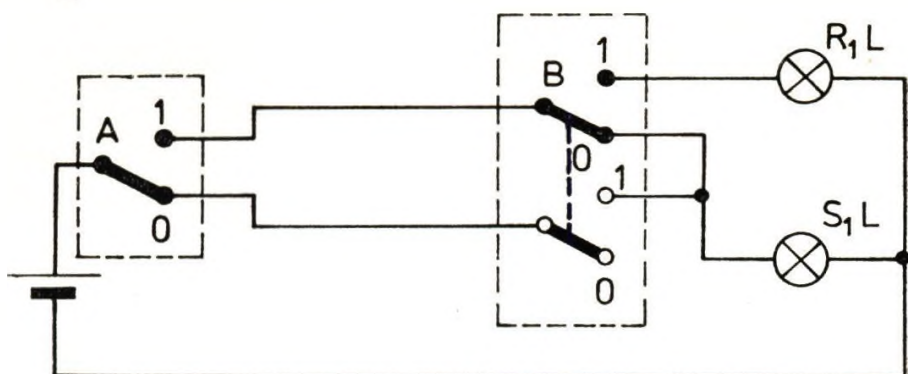
58. Az Olvasóra bízunk az egyes vezetékeken megjelenő logikai függvények felírását.



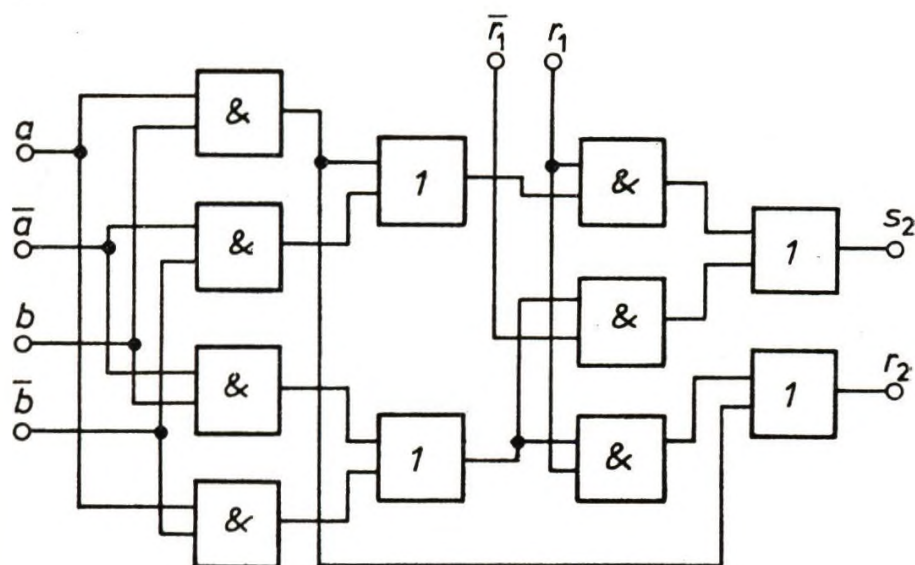
59. 1.



2.



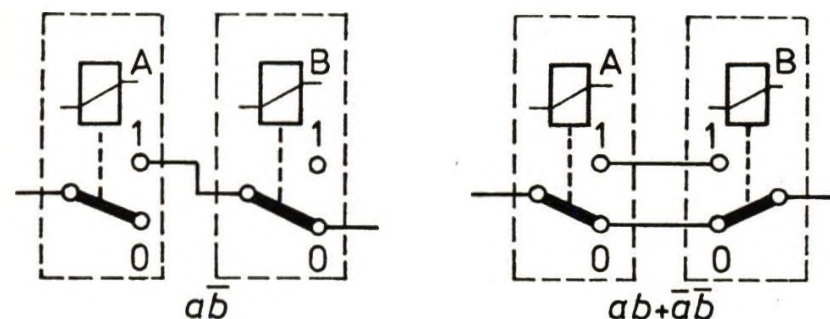
60.



61. 1. Ha r_1 és $\bar{r}_1$ rendelkezésre áll, a megadott eszközökkel s_2 előállítható.

2. Ha mind az A, mind a B kapcsoló kétáramkörös, akkor 1. alapján csak r_2 megvalósítása hiányzik. Csak többáramkörös kapcsolókkal, ill. diódákkal lehetne megvalósítani a modult.

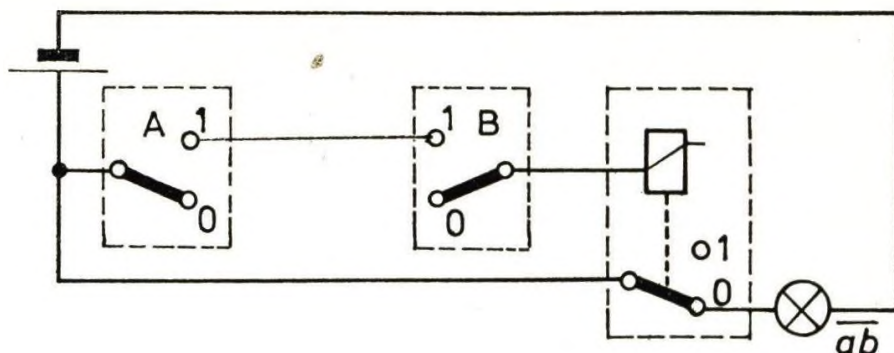
62. Két megoldás a megvalósítások közül:



Látható, hogy nincs eltérés a váltókapcsolók azonos bekötésétől.

63. A jelfogó bevezetése előtt a több változóra kiterjedő negációt fel kellett bontanunk a De Morgan-szabályok szerint a megvalósíthatósághoz (l. a 27. feladatot).

Jelfogó alkalmazásával közvetlenül is megvalósítható a negáció.
 Az A és B kapcsoló összekötését az első három feladathoz már megvalósítottuk a 47. feladat során (a lámpa helyére kell a jelfogót kötni). A további feladatok közül egy megoldást ismertetünk:



64. 1.

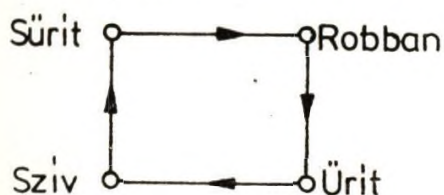
2. Ha különbözőnek tekintjük a kommutativitásból adódó azonos eredményű összeadásokat, akkor 16 különböző összeadást tudunk végezni (pl. $10_2 + 11_2 = 11_2 + 10_2 = 101_2$ két különböző összeadás). Ellenkező esetben 10 különböző összeadást hozhatunk létre.

65. A permutáció szimmetrikus. A logikai vázlat elkészítését az Olvasóra bízuk.

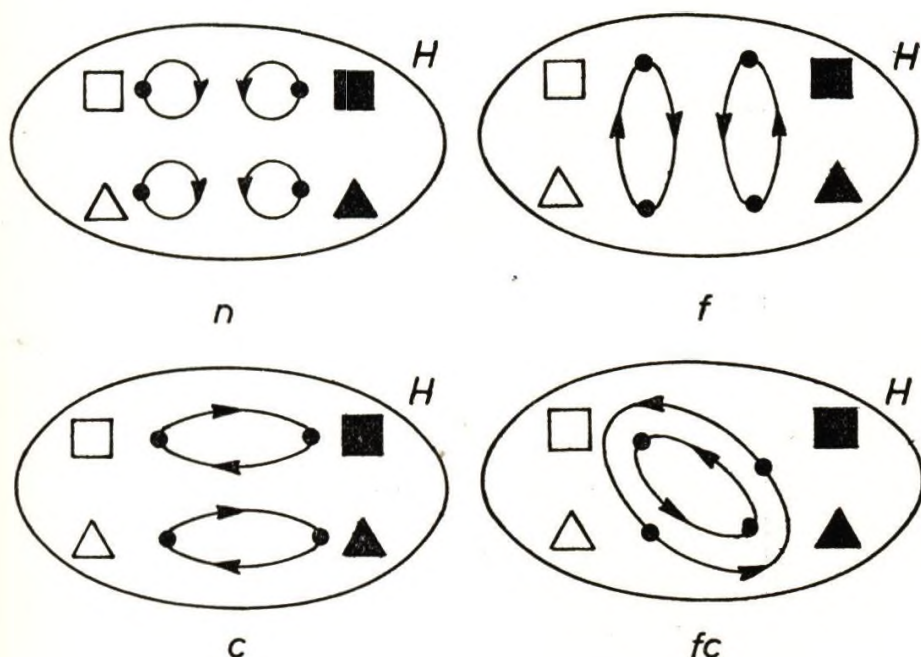
66. mint 65.

67. mint 65.

68. Egy állapotdiagramban valamely eszköz különböző állapotait, pl. egy négyütemű motor hengerének négy állapotát (sűrít, robban, ürít, szív) egy-egy ponttal jelöljük. Az egyes állapotokból más állapotokba való átmenetet egy-egy nyíllal ellátott vonal jelzi a megfelelő pontok között. Fenti példánk állapotdiagramja:



Hasonló módon rendszerek működése során létrejövő különböző elrendezéseket, esetünkben permutációval létrehozott tulajdonságváltozásokat jelölhetünk hasonló diagramban:



Figyeljük meg, hogy ha egy állapot (ill. itt tulajdonság) nem változik, a nyíl a kiinduló pontjába visszatér.

Az is megfigyelhető, hogy szimmetrikus permutáció esetében két-két elem között két, oda és visszairányú összekötő vonal található (ill. a sajátmagára visszatérő vonal is szimmetrikus permutáció).

69.

70.

71. M1. táblázat

Természetes számok	Lámpák																	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
0	1	1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1					
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1							
2	1		1	1	1	1	1	1	1	1	1		1					
3	1	1	1	1	1	1	1	1	1		1	1	1					
4	1	1	1	1	1	1	1		1		1	1	1					
5	1	1	1		1	1	1	1	1		1	1	1					
6	1	1	1		1	1	1	1	1	1	1	1	1					
7	1	1	1	1	1	1		1	1		1	1	1					
8	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1					
9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1					
10	1	1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
11	1	1	1	1	1	1		1	1		1	1	1	1	1	1	1	1
12	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1
13	1	1	1	1	1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1	1	1
14	1	1	1	1	1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1	1	1
15	1	1	1		1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1	1	1

72. Az 1, 3 és 5 lámpák égnek mindig.

73.

Kedves Olvasó!

Őszintén reméljük, hogy ez a könyv megnyerte tetszését és jól hasznosította munkájában. Valószínű, hogy ismeretei bővítéséhez újabb szakkönyveket is keres majd. Ehhez szeretnénk segítséget nyújtani, amikor tájékoztatjuk Önt a MŰSZAKI KÖNYVKIADÓ legújabban megjelent vagy rövidesen megjelenő szakkönyveiről. Bízunk benne, hogy Ön is talál legalább egy olyan könyvet ezek között, amely számot tarthat érdeklődésére.

Alekszejev
KORSZERŰ RÁDIÓ-VÉTELTECHNIKA

Csabai Dániel
A HANGFELVÉTEL GYAKORLATA

Gyurkovics Attila
TV-JAVÍTÁS ÉS HIBAKERESÉS

Morris
DIGITÁLIS ÁRAMKÖRÖK ÉS RENDSZEREK

Motchenbacher – Fitchen
KIS ZAJÚ ELEKTRONIKUS ÁRAMKÖRÖK TERVEZÉSE

Rothammel
ANTENNAKÖNYV 3. KIADÁS

Veit
MŰSZAKI AKUSZTIKA

Műszaki Könyvkiadó

CSABAI DÁNIEL:

A HANGFELVÉTEL GYAKORLATA

A hangfelvételek készítése ma már olyan hétköznapi tevékenységnek számít, mint a fényképezés vagy a rádióhallgatás. Szakmailag azonban lényegesen nagyobb követelmények elé állítja az amatőröket és a szakembereket egyaránt. A könyv fejezetei fokozatosan vezetik be még a szakismeretekben teljesen járatlan olvasót is a hangfelvételkészítés műhelytitkaiba. A könyvben megtalálhatók a monoarúális és sztereofonikus felvételkészítés módszerei, a zárttéri és szabadtéri mikrofonos felvételek eljárásai, valamint a HI—FI hangfelvételekkel kapcsolatos tudnivalók.

TARTALOM:

Alapismeretek
A hangtechnika alapjai
Hangfelvételi körülmények
Mono hangfelvételek
Sztereo hangfelvételek
Különleges hangfelvételek
Hangfelvétel mikrofonnal
Hangfelvétel felsőfokon

MŰSZAKI KÖNYVKIADÓ

Budapest V., Bajcsy-Zsilinszky út 22

Kísérje figyelemmel az ELEKTRONIKA-sorozat megjelenő köteteit!

Eddig megjelent:

Koblencz Sándor: SEGÉDKÉSZÜLÉKEK OSZCILLOSKÓPHOZ
Poljanyin—Usakov: OPTOELEKTRONIKAI KÉSZÜLÉKEK
Gyurkovics Attila: TELEVÍZIÓJAVÍTÁS, Stassfurt
Sor, K. G.: TRANZISZTOROS CSATORNAVÁLTÓK
Zierl, R.: RÁDIÓZÁSTECHNIKA
Bencze Tibor László: ELEKTRONHOBBY '76
Wirsum, S.: GYAKORLATI ELEKTRONIKA
Preszman, A. Sz.: ELEKTROMÁGNESES JELZÉSÁTVITEL AZ ÉLŐVILÁGBAN
Lóska Péter: AZ EGYRÉTEGŰ TRANZISZTOR
Kozehuba, J.: A SZÍNES TV-MŰSORVÉTEL GYAKORLATA
Roginszkij: KORSZERŰ ÁRAMFORRÁSOK
Krempanski: FÉLVEZETŐK (Kérdések—feleletek)
Wallmarc—Carlstedt: TÉRVEZÉRLÉSŰ TRANZISZTOROK INTEGRÁLT
ÁRAMKÖRÖKBEN
Meluzin, H.: RÁDIÓTECHNIKA AMATŐRÖKNEK (Kérdések—feleletek)
Schlenzig, K.: ELEKTRONIKAI HOBBY '77

Előkészületben:

Tücsinó: DIGITÁLIS MÉRŐKÉSZÜLÉKEK
Siló, V. L.: ANALÓG INTEGRÁLT ÁRAMKÖRÖK RÁDIÓKÉSZÜLÉKEKBEN
Sipos Gyula: Hi—Fi ERŐSÍTŐK ÉPÍTÉSE
Kiszmereskin: KÜLÖNLEGES TV-ANTENNÁK
Hajdu Mihály: TELEVÍZIÓS TÁVOLSÁGI VÉTEL
Doluhanov: RÁDIÓHULLÁMOK TERJEDÉSE
Kopülov—Tacsikov: TELEVÍZIÓ ÉS HOLOGRÁFIA
Nozdroviczky László: TELEVÍZIÓANTENNÁK

700-

Műszaki vezető: Hegedűs Ernő — Műszaki szerkesztő: Molnár József

Borító- és kötéstervező: Székely Edit

A könyv ábráit rajzolta: Varga Istvánné

A könyv formátuma: E/5 — Ívterjedelem: 17 /A5/

Ábrák száma: 162 — Példányszám: 10.600

Papír minősége: 80 g. ofszet — Betűcsalád és méret: gm/cic gill monó

Azonossági szám: 60806 — MŰ: 2536 — h — 7881

Készült az MSZ 5601—59 és 5602—67 szerint

77/4888. Franklin Nyomda, Budapest. Felelős: Vágó Sándorné igazgató

21,— Ft