

## Társulati élet

A Bolyai János Matematikai Társulat fennállásának 10. évfordulója  
alkalmából Szegeden 1957. szeptember 21—23-án rendezett  
Jubileumi Vándorgyűlés előadásai:  
(folytatás)

### GEOMETRIAI SZEKCIO

ALEXITS GYÖRGY: *Zárt halmazok összegének szerkezetéről.* Legyen az  $R$  topologikus tér olyan, hogy bármely nyílt halmaza második kategóriájú. Legyen továbbá  $T$  a nyílt halmazoknak egy tulajdonsága. Az  $A$  halmazról akkor mondjuk, hogy  $T$  tulajdonságú az  $x$  pontban, ha bármely  $x$ -et tartalmazó nyílt halmazban található  $x$ -nek olyan  $U(x)$  környezete, hogy az  $A \cap U(x)$  halmaz  $T$  tulajdonságú legyen. — Az előadó bebizonyítja a következő elemi tételt:

*Ha az  $R$  tér  $F_1, F_2, \dots$  zárt halmazainak mindegyike minden pontjában  $T$  tulajdonságú, akkor az egyesített*

$$F = \bigcup_{n=1}^{\infty} F_n$$

*halmaz legfeljebb egy sehol sem sűrű részalmazának pontja kivételével minden pontjában szintén  $T$  tulajdonságú.*

Ezekután az előadó több topológiai problémát vet fel. (Megjegyzés: az előadás óta Czipszer János az egyik felvetett kérdésre negatív választ adott.)

KÁRTESZI FERENC: *Egy kvadratikus sugárkongruenciáról.* Ismeretes, hogy két másodrendű felület közös érintő egyenesei egy algebrai sugárkongruenciát alkotnak, melynek indexe: (4,4). A két másodrendű felület bizonyos speciális helyzetviszonya esetén a szóbanforgó kongruencia degenerál: alacsonyabb indexű kongruenciákra bomlik fel. Ha a két másodrendű felület négy közös alkotóval rendelkezik, akkor a mondott kongruencia két (2,2) indexű kongruenciára bomlik fel. (A négy alkotó egy torznégyszög négy oldalegyenese, s ezek másodfajú képzetes egyenesek is lehetnek.) Az ismert bizonyítások a kvadratikus formák elméletét felhasználó, koordinátagéometriai bizonyítások. Az előadó a projektív geometria elemi módszerét alkalmazva, az algebrai eszközöket teljesen mellőzve, megállapítja annak a szükséges és elégséges feltételét, hogy két különböző, alkotós hiperboloid, illetve két különböző elliptikus felület mely kölcsönös helyzetviszonya esetén esik szét a mondott (4,4) indexű sugárkongruencia két (2,2)-indexűre. Az utóbbiak mint egy speciális, kvadratikus sugárkomplexus és egy-egy lineáris komplexus áthatása állíthatók elő. Ilyenkor az indukáló felületek egyike a tér egy  $\omega$  kollineációjával úgy vihető át a másikba, hogy a két felület megfelelő pontjait páronként

összekötő egyenesek mindkét felületet érintik, és az így definiált összekötő egyenesek éppen a mondott (2,2)-indexű kongruenciák egyikét szolgáltatják.

**RAPCSÁK ANDRÁS:** *Pályatartó leképezések.* Olyan általános metrikus terekről szőtt az előadás, melyek egymásra pályatartóan leképezhetők. Ez a probléma-kör szorosan kapcsolódik a variációs számítás inverz feladatához; adva van egy  $2n-2$  paramétertől függő görbesereg. Keressük azt a függvényt, melynek az adott görbesereg variációs serege. Ily módon meghatározhatók azon metrikus terek metrikus alapfüggvényei, melyek egy adott  $F(x, \dot{x})$  térre pályatartóan leképezhetők. Minkowski-féle tér esetén az alapfüggvény explicit és előállítható.

Az előadásban még egy fontos eredmény hangzott el, amely szerint két Finsler-tér akkor és csak akkor képezhető le egymásra pályatartóan, ha a projektív görbületi tenzoruk megegyezik.

**MOÓR ARTHUR:** *A Schur-tételtől általános metrikus vonalelemterekben.* A Schur-tételt Finsler-terekben L. Berwald bizonyította be; ez a tételt azt mondja ki, hogy amennyiben a tér skalárgörbületű és a görbületi skaláris az iránytól független, akkor egyszersmind a helytől is független, tehát konstans.

Egy általános metrikus vonalelemter abban különbözik a Finsler-tértől, hogy a metrika egy a-priori adott  $g_{ik}(x, \dot{x})$  tenzorral van definiálva, amely azonban általában nem származtatható egy alapfüggvényből, mint a Finsler geometriában. A skalárgörbületű tér fogalma itt is bevezethető, azonban ezen terekben kétféle típus áll elő, aszerint, hogy a főgörbületi vagy a teljes görbületi tenzort vesszük alapul. Ezen terekben a Schur-tétel érvényessége egy az ún. Bianchi identitásokból levezethető tenzorreláció teljesítésétől függ, amelyben a tér második görbületi tenzora és a torziótenzor szerepel. A Finsler-térben, mint ezen általános terek speciális esetében ez a reláció identikusan teljesül.

**MERZA JÓZSEF:** *Az invariáns differenciálás új bevezetési módja affin térben.* A dolgozat az  $n+1$ -dimenziós euklideszi térbe ágyazott  $n$ -dimenziós felületekre vonatkozó, már ismert tétel affin általánosítását tartalmazza. Igazolja a következő állítás helyességét:

Felületi vektor (tenzor) invariáns deriváltja a beágyazó térben vett közönséges deriváltjának az érintősíkon levő vetülete. A vetítés iránya a lineáris unimoduláris csoport affin geometriájában a felület affin normálisával, a homogén affinitások geometriájában a helyzetvektorral párhuzamos.

**P. PETKANTSCHIN** (Bulgár Népköztársaság): *A nem-euklideszi geometria Klein-féle modelljéről.* A Lobacsevszkij-Bolyai féle térbeli nem-euklideszi geometria Klein-féle modelljével foglalkozott az előadó. Bizonyította a kongruencia-axióma érvényességét a modellben, anélkül, hogy felhasználta volna a modell  $K$  alapgömbjének automorf kollineációját.

Legyenek  $A, B$  hiperbolikus pontok. Ha az  $AB$  euklideszi sugár a  $K$  gömböt  $R$  pontban metszi, míg az  $AB$  euklideszi egyenes a  $K$ -t másodszor  $R$ -ben metszi, akkor az  $AB$  hiperbolikus szakaszhoz a  $d(AE) = (RR'AB) > 1$  kettős viszonyt rendeljük hozzá. Két hiperbolikus szakaszt akkor és csak akkor nevezünk hiperbolikusan kongruensnek, ha a szakaszoknak megfelelő kettős viszonyok megegyeznek. Abban az esetben, ha egy  $A$  csúcsú hiperbolikus szögnek euklideszi szárjai a  $K$  gömböt  $U, V$  pontokban metszik, míg az  $AU, AV$  euklideszi egyenesek a  $K$  gömböt másodszor  $U', V'$  pontokban metszik, az  $UAV$  hiperbolikus szöghöz a  $q(UAV) = (UVU'V') > 1$

kettős viszonyt rendeljük. Két hiperbolikus szöveget akkor és csakis akkor nevezünk kongruensnek, ha a hozzájuk rendelt kettős viszonyok megegyeznek. Vezessünk be egy  $Q$  derékszögű euklideszi koordináta rendszert, amelynek kezdőpontja a  $K$  középpontja, egységszakasza pedig a  $K$  sugara. Az euklideszi térnek a pontjait (beleértve a végtelen távoliakat is)  $Q$ -ra vonatkozóan homogén koordináta négyesekkel állítjuk elő (esetleg illeszkedő normált négyesekkel). A  $d(AB)$  és  $\varrho(UAV)$  kifejezések előállíthatók az  $A, B$  illetve  $U, A, V$  koordináta négyesei segítségével. Ezek segítségével és ezekben a kettős viszony egyszerű tulajdonságait figyelembe véve, könnyen bebizonyíthatjuk a kongruencia axióma érvényességét a vizsgált modellben.

A. MATHÉÉV: *Az elliptikus tér egyeneseinek kongruenciájáról.* A tenzorszámítás módszereinek felhasználásával Brodsky [1] könyvében alapvető tételeket nyert az elliptikus tér egyeneseinek kongruenciájára vonatkozóan. Előadó Blaschke [2] bizonyos eredményeinek felhasználásával nyeri Brodsky eredményeit és továbbmenőleg azokat ki is egészíti. Jelöljük  $e_1, e'_1$  ill.  $e_2, e'_2$ -vel egy tetszőleges, adott kongruenciájú egyeneshez tartozó,  $F_1$  ill.  $F_2$  fókuszú fokális felületek főgörbületének sugarait. Ekkor 1. Annak szükséges és elégséges feltétele, hogy egy kongruencia  $W$  kongruencia legyen, megadható a

$$\operatorname{tg} e_1 \operatorname{tg} e'_1 \operatorname{tg} e_2 \operatorname{tg} e'_2 = \sin^4 F_1 F_2 : \sin^4 \bar{F}_1 \bar{F}_2$$

egyenlőséggel, amely az euklideszi térre ismert Ribaucour [3]-féle egyenlőségek egy analogonja:

2. Egy  $W$  kongruencia poláris kongruenciája is  $W$  kongruencia. Egy olyan kongruenciát, amelynek fokális felületén levő aszimptotikus vonalainak egy konjugált rendszer felel meg a másik fokális felületen,  $V$  kongruenciának nevezünk.

3. Annak szükséges és elégséges feltétele, hogy egy kongruencia  $V$  kongruencia legyen megadható a

$$\operatorname{tg} e_1 \operatorname{tg} e'_1 \operatorname{tg} e_2 \operatorname{tg} e'_2 = -\sin^4 F_1 F_2 : \sin^4 \bar{F}_1 \bar{F}_2$$

egyenlőséggel, amely az euklideszi térre ismert Waelsch-féle [3] egyenlőségek egy analogonja.

4. Egy  $V$  kongruencia poláris kongruenciája is  $V$  kongruencia.

Egy olyan kongruenciát, amelynek főfelületei a fokális felületeket a konjugált rendszerben metszik  $B$  kongruenciának nevezünk.

5. Annak szükséges és elégséges feltétele, hogy egy kongruencia  $B$  kongruencia legyen megadható a

$$K_1 - 1 = K_2 - 1 = -\sin^2 \bar{F}_1 \bar{F}_2 : \sin^2 F_1 F_2$$

egyenlettel, ahol  $K_1 - 1$  és  $K_2 - 1$  az  $F_1$  ill.  $F_2$  fókuszokra vonatkozó görbületek.

Egy olyan kongruenciát, amelynek eloszlásfelületei a fokális felületet a konjugált rendszerben metszik  $A$  kongruenciának nevezünk.

6. Annak szükséges és elégséges feltétele, hogy egy kongruencia  $A$  kongruencia legyen, megadható a

$$K_1 - 1 = K_2 - 1 = \sin^2 \bar{F}_1 \bar{F}_2 : \sin^2 F_1 F_2$$

egyenlettel.

7. Egy  $A$  kongruencia poláris kongruenciája is  $A$  kongruencia.

[1] Brodsky, P. S. Kongruentsii priamich elliptičeskago prostranstva.

[2] Blaschke, W. Nicht-Euklidische Geometrie und Mechanik, I, II, III. Hamburger mathematische Einzelschriften, 34. Heft, 1942.

[3] Demoulin, A. Note sur deux classes particulières de congruences rectilignes, Bull. des Sciences (2) 18, 233—240, 1894.

GERGELY JENŐ (Román Népköztársaság): *Felületek osztályozása belső geometriájuk alapján.* A. D. Alexandrov geometriai munkái nyomán elvégezhető a felületek belső geometriájuk szerinti osztályozása.

Felület alatt a három dimenziójú euklideszi tér olyan pontsokaságát értjük, amelyben bármely pontnak van a nyílt körlappal homöomorf környezete s bármely két pont összeköthető a pontsokasághoz tartozó folytonos görbével. A felület egy konvex tartományának olyan felületi pontok összefüggő sokaságát nevezzük, amelyeknek A. D. Alexandrov értelmezése szerinti konvex metrikájú környezetük van. A konvex tartományok összességének komplementáris pontsokasága alkotja a nem konvex tartományokat.

Egy konvex tartomány határát folytonos görbék s esetleg izolált pontok képezik. Ezeket a felület elválasztási görbéinek, illetőleg izolált elválasztási pontjainak nevezzük.

Az adott felületosztályozás olyan felületekre vonatkozik, amelyeken az elválasztási görbék és izolált pontok rendszere a felületen sehohsem sűrű. Az elválasztási görbék sokasága megszámlálható, jelöljük  $h_1, h_2, \dots, h_i, \dots$ -vel. Minden elválasztási görbéhez legfeljebb megszámlálhatóan sok konvex és nem konvex tartomány csatlakozhatik. Így  $h_i$ -hez hozzákapcsolunk egy

$$H_i = \dots K_{i3} K_{i2} K_{i1} h_i N_{i1} N_{i2} N_{i3} \dots$$

szimbólumot, ahol  $K_{in}$  a  $h_i$ -hez csatlakozó konvex,  $N_{in}$  a  $h_i$ -hez csatlakozó nem konvex tartományokat jelentik. Az egyes  $K_{in}$ -ben fellépő izolált elválasztási pontokat  $I_{in1}, I_{in2}, \dots$ -vel jelölve  $H_i$ -ben a megfelelő  $K_{in}$  mellé írjuk. Ugyanaz a konvex vagy nem konvex tartomány annyi  $H_i$ -hez tartozik, ahány elválasztási görbéhez csatlakozik. Ezeket a helyzeteket a  $K_{si} = K_{ij} = \dots$  stb. identitási relációkkal fejezzük ki. Egy felület belső geometriáját tehát a  $H_i$  kifejezések és az identitási relációk jellemzik.

A felületek belső geometriájuk szerinti osztályozásánál egy osztályba soroljuk azokat a felületeket, amelyekre nézve az elválasztási görbék es pontok rendszere a fent adott  $H_i$  szimbólumok megmaradása mellett topológiailag egymásba transzformálható.

Nyilvánvaló, hogy további kritériumok megadása alapján minden így értelmezett osztály további alosztályokra bomlik.

Az elválasztási görbék és izolált pontok, valamint a  $H_i$  sorok jellemző tulajdonságainak megállapítása alapján érvényes az a tétel, hogy minden ilyen tulajdonsággal rendelkező görberendszerhez tartozik olyan felület, amelynél az elválasztási görbék és izolált pontok éppen az adott görbék és pontok.

(Az előadás anyaga részletesen kifejtve megjelent a Studii și Cercetări științifice (Academia R. P. R. Filiala Cluj, Anul V. 3—4—1954 pp. 27—44.)

## MATEMATIKAI LOGIKA ÉS MATEMATIKAI GÉPEK ELMÉLETE SZEKCIÓ

TARJÁN REZSŐ: *A logikai gépek osztályozásának néhány kérdése.* A „logikai gép” megjelölést általában különösebb megfontolás nélkül használják. Közlelbbi vizsgálatnál azonban kiderül, hogy a megjelölés nem egyértelmű. A jelenleg általánosan logikai gépek nevezett konstrukciók ugyanis az adott műszaki

lehetőségeken belül kizárólag az ítélet-kalkulus körébe tartozó, többé-kevésbé bonyolult kifejezések logikai értékét képesek meghatározni. Ezek tehát csak elsőfajú logikai gépeknek tekinthetők. Másodfajú logikai gépeknek tekintendők azok a gépek, amelyek a logikai függvénykalkulusban megfogalmazott formulák igazságértékét is meg tudják határozni. Ehhez az existenciális és univerzális quantorok („Van olyan.” ill. „minden  $x$ -re igaz, hogy”) instrumentálása, valamint a logikai függvények megfelelő ábrázolása szükséges. Harmadfajú végül az olyan logikai gép, amely Pólya értelmében vett plauzibilis okosodásra is alkalmas. Ennek előfeltétele a hasonlóság (alakfelismerés értelmében) instrumentálása. Előadó diszkutálja a másodfajú logikai gépek instrumentálásával kapcsolatos elvi kérdéseket és röviden beszámol eddigi ezirányi eredményeiről.

**SZÉKELY-DOBY SÁNDOR:** *A Budapesti Műszaki Egyetem Vezetékes Híradástechnikai Tanszékén épülő jelfogós számológép ismertetése.* A Híradástechnikai Tanszék 1955 év folyamán kezdte el egy demonstrációs célokat szolgáló programvezérlésű számológép terveinek elkészítését. A cél elsősorban a számológépek alapelveinek a hallgatósággal való megismertetése, ez indokolja, hogy viszonylag kis költséggel kellett építeni olyan gépet, amely lehetőleg minél változatosabb számítási programokat tud elvégezni. Ez a szempont vezérelte Kozma László professzort a mintegy 1000 jelfogót tartalmazó gép tervezésének és építésének vezetésénél.

Helyszűke miatt a főbb jellemzőket ismertetjük:

A számológép kettes számrendszerben dolgozik, a számrendszerváltást mindkét irányban a külön e célra szolgáló konverter automatikusan végzi. A kezdeti adatok beadása billentyűzet segítségével, a végeredményközlés villamos írógéppel történik. Számjegykapacitás a dekádikus részben 16 jegy középen fix tízedsponttal, a tárolókban 27 bináris jegy futó bináris ponttal. Az aritmetikai egység a négy alpműveleten felül direkt úton végzi a négyzetgyökvonást is, minden művelet után automatikus felkerekítést végez (ha szükséges). A részeredmények rögzítésére 12 tároló szolgál, ezenfelül be van építve két speciális célokat szolgáló tároló és mintegy 50 konstans számérték rögzítésére szolgáló jelfogó-sor. A programkártya  $24 \times 30$  pozíciót tartalmaz, lyukasítható 45 alpműveleti ciklus, 3 numerikus számérték és egy-két működési feltétel (pl. iterációnál az ismétlődő műveletsor megjelölése stb.) A számológép kapacitásának megfelelő jellegzetes feladatok: Különböző sorok részletösszegének számítása, magasabbfokú és transzcendens egyenletek megoldása közelítő számítással, gyakorlati képletekbe való behelyettesítés stb. E feladat-típusok megoldásának időtartama néhány másodperc és 1–2 perc között változik. Igen alkalmas a berendezés táblázatok készítésére, itt a programkártya behelyezése után a számológép akár órák hosszat is dolgozhatik közbeiktatott kezelés nélkül, amíg a táblázatot a kívánt terjedelemben el nem készíti.

Az egyszerűsége való törekvés következtében a számítások direkt ellenőrzését nem építettük a gépbe, azt esetenként visszaszámítással célszerű végezni (inverz program). A preventív vizsgálatok céljára etalon-feladatok szolgálnak, amelyek megoldása közben a gép működése lassítható, hogy a helyes működés könnyen és fázisonként ellenőrizhető legyen.

A berendezés megépítése ismét nyomatékosan rámutat a matematikusok és a műszaki szakemberek egymásrautaltságára, üzembehelyezése pedig remélhetőleg még szorosabb kapcsolatot fog teremteni közöttük, hogy összefogva minél hathatósabban szolgálhassák társadalmunk javát.

**FREY TAMÁS:** *Megjegyzések az analog gépek működéséhez.* Az előadó egy olyan számológép elvi konstrukcióját, működését és a szokásos elvek alapján

épített gépekkel szemben mutatkozó előnyöket és hátrányokat ismertette, ahol digitális jellegű egységek együttműködése analog elvek alapján van megszervezve.

### VALÓSZÍNŰÉGSZÁMÍTÁSI SZEKCIÓ

TAKÁCS LAJOS: *Egy tartózkodási idő problémáról.* Előadó két állapottal rendelkező rekurrens folyamatoknál az egyes állapotokban töltött időtartamok asszimptotikus eloszlásának vizsgálatával foglalkozik. Bár a feladat nem független valószínűségi változók összege asszimptotikus eloszlásának meghatározásából áll, mégis visszavezethető független valószínűségi változók összege asszimptotikus eloszlásának kiszámítására.

TAKÁCS LAJOS: *Egy várakozásos telefonrendszerrel kapcsolatos problémáról.* Egy telefonközpontba a hívások rekurrens folyamat szerint érkeznek. A beszélgetések exponenciális eloszlásúak. A rendelkezésre álló vonalak száma  $m$ . Ha minden vonal foglalt, akkor a hívások addig várakoznak, amíg szabad vonal nem áll rendelkezésükre.

Előadó meghatározza stationárius esetben a foglalt vonalak és a várakozó hívások számának eloszlását valamint a várakozási idő eloszlását.

TAKÁCS LAJOS: *Palm egy képletéről.* Egy telefonközpontba a hívások rekurrens folyamat szerint érkeznek. A beszélgetések időtartama exponenciális eloszlású. A rendelkezésre álló vonalak száma  $m$ . Ha minden vonal foglalt, akkor egy újonnan beérkezett hívás elvész. Előadó egyszerű bizonyítást ismertet Palm képletére, amely a veszteség valószínűségét adja meg.

VINCZE ISTVÁN: *A rendezett minták elméletének néhány problémájáról.* A Jós-vafőn 1954. évben rendezett matematikai statisztikai kollokviumon Rényi Alfréd néhány problémát vetett fel a rendezett minták elmélete köréből. Ezek közül a következőkhöz szól hozzá előadó:

1. Eloszlásmentes kritérium kidolgozása többdimenziós valószínűségeloszlásra vonatkozó hipotézisek ellenőrzésére.

Egy kétváltozós eloszlásból vett minta elemeinek egy adott irányra eső vetületei azonos eloszlású valószínűségi változók, amelyekre tehát alkalmazhatók a szokásos eloszlásmentes kritériumok (Kolmogorov, Szmirnov, Rényi, Wilcoxon, stb. próbák). E kritériumokat kívánatos két vagy több „véletlen” irányra alkalmazni. Alkalmas mód egy véletlen irány és az arra merőleges választása. Ebben az esetben ui. a felhasznált statisztikák függetlenek és így az alkalmazott valószínűségi szint egyszerűen meghatározható. Az eljárás konzisztenciáját Rényi Alfrédnek a vetületeloszlásokra vonatkozó egy tétele biztosítja. A módszer értelemszerűen alkalmazható többváltozós eloszlások esetén is.

Előadó készüléket tervezett kétváltozós eloszlásból vett minta egyszerű összehasonlításához.

2. Arnóth Editől származik a következő probléma: Az  $F(x)$  eloszlásfüggvényű  $\xi$  valószínűségi változóból vett minta elemei legyenek  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ , ezek számtani közepe  $\bar{\xi}$ . Meghatározandók

$$p_k = P(\xi_k^* < \bar{\xi} < \xi_{k+1}^*) \quad k = 1, 2, \dots, n-1$$

valószínűségek. Arnóth Edit a problémát exponenciális eloszlású változókra megoldotta.

Előadó a fenti valószínűségek előállítását adja többszörös integrálok segítségével, ha  $\bar{x}$  helyett valamely  $G(\xi_1, \dots, \xi_n)$  függvényt tekintünk, amely bármely rögzített  $(\xi_1, \dots, \xi_{n-1})$  értékrendszer mellett  $\xi_n$ -ben monoton. További általánosításokra is utalás történik.

3. Rényi Alfréd eloszlásmentes kritériumot dolgozott ki az elméleti és tapasztalati eloszlás összehasonlítására, amely a két eloszlás relatív eltérésén alapul. Felvetette azt a gondolatot, hogy hasonló módszert kellene két minta összehasonlítására kidolgozni. Időközben Wang Shou-Jen — egyoldali esetben — meghatározta a megfelelő kétmintás határeloszlást. Előadó egy analog hányadoskritériumot dolgozott ki mindkétoldali esetben. Sarkadi Károly és előadó vetették fel egy további hányadoskritérium problémáját, amely nem igényli a terjedelem csonkítását.

SARKADI KÁROLY: *Az általánosított hipergeometrikus eloszlásról.* Kemp és Kemp a hipergeometrikus eloszlás képletéből kiindulva általánosították az eloszlást arra az esetre, ha a paraméterek nem egész, hanem általában valós számok. Az előadó megmutatja, hogy a Kemp—Kemp-féle általánosítás a Pólya-féle eloszlást speciális esetenként tartalmazza, továbbá ugyancsak tartalmazza a Pólya-modell inverz (Pascal-féle) megfelelője által származtatott eloszlásokat, és még más ismert eloszlásokat is.

RÉNYI ALFRÉD: *Véletlen számú független valószínűségi változó összegének határeloszlásáról.* Előadó a következő tételt bizonyította be: Legyenek  $\xi_1, \dots, \xi_n, \dots$  egyforma eloszlású független valószínűségi változók, legyen  $\xi_n$  várható értéke 0 és szórása 1 és legyen  $\eta_n = \frac{\xi_1 + \dots + \xi_n}{\sqrt{n}}$ . Legyen  $\nu_n$  pozi-

tív egész értékű valószínűségi változó és tegyük fel, hogy  $\frac{\nu_n}{n}$  majdnem bizonyosan (1 valószínűséggel) konvergál egy  $\lambda$  pozitív és véges diszkrét eloszlású valószínűségi változóhoz. Akkor  $\eta_{\nu_n}$  határértékben normális eloszlású, ha  $n \rightarrow \infty$ . Megjegyzendő, hogy a  $\xi_k$  és  $\nu_n$  változók közötti sztochasztikus kapcsolat jellegére vonatkozólag a tétel semmilyen megszorítást nem tartalmaz. A tétel bizonyításának lényege a szerző azon eredményének felhasználása, hogy az említett feltevések mellett  $\eta_n$  határértékben minden valószínűségi változótól független. (Lásd a szerző „On mixing sequences of sets” című dolgozatát az Acta Math. Acad. Sci. Hung. c. folyóiratban 9 (1958) 215—228.)

#### OKTATÁSI SZAKOSZTÁLY ELŐADÁSAI

KÖNYVES TÓTH KÁLMÁN: *Bolyai Farkas, a matematika modern didaktikájának előfutára.* (Halálának százéves évfordulójára.)

FARAGÓ LÁSZLÓ: *Didaktikai hibák a gondolkodásra nevelés területén a középiskolai matematika tanításban.*

Ö. SACTER (Románia): *Die Probleme der politechnischen Bildung in der Mathematik.*

RÁBAI IMRE: *Másodfokú egyenletrendszerek.*

BAKOS TIBOR: *A nomogramok középiskolai oktatási vonatkozásai.*

KISS LÁSZLÓ: *A matematika történelének szerepe a mennyiségtan tanításában.*